

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

АРТУР Мария Хамильевна

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ
РЕГУЛЯТОРОВ ТЕМПЕРАТУРНЫХ РЕЖИМОВ
ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА**

Специальность 05.13.06 – Автоматизация и управление технологическими
процессами и производствами (технические системы)

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Плешивцева Юлия Эдгаровна

Самара – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1 Проблема синтеза систем оптимального управления техническими объектами с распределенными параметрами	16
1.1. Проблема оптимального управления объектами с распределенными параметрами.	16
1.2 Общая постановка и методы решения задачи синтеза замкнутой системы оптимального управления с распределенными параметрами	24
1.3 Проблема управляемости и наблюдаемости объектов с распределенными параметрами	31
1.4 Содержательная постановка задачи исследования	35
1.5 Основные результаты и выводы	39
2 Задача синтеза замкнутой системы автоматической стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки в процессе индукционного нагрева.	43
2.1 Описание процесса индукционного нагрева как объекта управления с распределенными параметрами.	43
2.2 Постановка задачи поиска управляющих воздействий в замкнутой системе автоматической стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки в процессе индукционного нагрева	54
2.3 Решение задачи поиска оптимального управления процессом индукционного нагрева заготовки в условиях неполного измерения информации.	57
2.4 Основные результаты и выводы	68
3 Синтез замкнутых систем оптимального управления технологическим процессом индукционного нагрева стальной цилиндрической заготовки.	70
3.1 Базовая электротепловая модель процесса индукционного нагрева.	70
3.2 Численное моделирование процессов индукционного нагрева	74

3.2.1 Численные методы моделирования электромагнитных и тепловых явлений	74
3.2.2 Программные средства для моделирования процесса индукционного нагрева	77
3.3 Синтез замкнутой системы оптимального управления одномерной численной моделью процесса индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок	81
3.4 Моделирование процессов индукционного нагрева в программном комплексе ANSYS	89
3.5 Синтез замкнутой системы оптимального управления двумерной моделью технологического процесса индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок	103
3.6 Техническая реализация замкнутой системы оптимального управления технологическим процессом периодического индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок	118
3.7 Основные результаты и выводы	122
Заключение	125
Список литературы	127
Приложение А. Справки об использовании материалов и результатов диссертации	138
Приложение Б. Акт об использовании результатов диссертации в учебном процессе.	140

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

Возрастающие требования к качеству готовой продукции и необходимость уменьшения энерго- и трудозатрат на ее изготовление обуславливают развитие и усложнение производственных процессов и технологий. В целях обеспечения предельно возможных технико-экономических показателей работы производственного оборудования необходимо не только развивать известные, но и разрабатывать новые методы усовершенствования конструктивных характеристик и соответствующей организации режимов функционирования применяемого оборудования, оптимальных по выбранным критериям эффективности.

Широко распространенные методы классической теории автоматического управления, разработанные для процессов, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, часто не позволяют получить корректные решения практических задач оптимизации, поскольку большинство технологических процессов описываются дифференциальными уравнениями в частных производных, так как их функции состояния обладают пространственной распределенностью. Необходимость построения алгоритмов автоматического управления такими процессами послужила причиной создания теории управления системами с распределенными параметрами (СРП) и развития ее методов.

Решению задач оптимизации распределенных систем посвящены работы Бутковского А.Г., Егорова А.И., Егорова Ю.В., Лионса Ж.Л., Сиразетдинова Т.К. Рапопорта Э.Я., Коваля В.А. и др. [10-12, 26, 27, 33-35, 51, 68 - 70, 73, 75, 80-84]. Многие разработанные к настоящему времени методы синтеза систем управления объектами с распределенными параметрами нашли широкое применение в промышленности.

Одна из основных проблем теории управления СРП заключается в поиске алгоритмов управления для перевода объекта в требуемое конечное состояние при обеспечении экстремальных значений оптимизируемых показателей качества

процесса. Характерной задачей этого типа является задача оптимального управления (ЗОУ) процессом индукционного нагрева металлических полуфабрикатов для обеспечения необходимых температурных кондиций перед обработкой давлением. Проблемы оптимизации по различным критериям эффективности конструктивных характеристик и режимов работы индукционных нагревателей как объектов с распределенными параметрами (ОРП) исследуются в работах Рапопорта Э.Я., Зимина Л.С., Данилушкина А.И., Коломейцевой М.Б., Лившица М.Ю., Плешивцевой Ю.Э., и др. [20, 28, 39, 40, 49, 67, 71, 65, 105].

Большая часть работ по оптимизации процессов индукционного нагрева направлена на поиск оптимального программного управления в условиях наличия полного объема информации об управляемом ОРП. Задачи синтеза замкнутых систем оптимального управления в реальных условиях неполного измерения состояния и воздействия различных возмущений являются значительно более сложными, а методы их решения сравнительно мало разработаны.

Возмущения, возникающие в процессе индукционного нагрева, оказывают негативное влияние на температурное поле заготовки, отклоняя его поведение от требуемого. При достаточно широком диапазоне возможных величин возмущений такие отклонения могут быть весьма существенными и приводить не только к ухудшению качества процессов управления, но и к несоответствию результирующих температурных кондиций предъявляемым технологическим требованиям и, как следствие, к браку конечной продукции и существенным энергетическим потерям. Применение системы оптимального управления температурным режимом индукционного нагрева с обратной связью по температуре заготовки позволяет минимизировать создаваемые возмущениями отклонения температурного поля от требуемого распределения и тем самым повысить качество и обеспечить снижение себестоимости готовых изделий, в первую очередь, за счет сокращения энергозатрат. Это обуславливает актуальность задачи построения замкнутой системы оптимального управления,

которая формулируется в диссертации как задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР).

В реальных производственных условиях обычно невозможно добиться полного согласования во времени работы индукционных нагревательных установок (ИНУ) и деформирующего оборудования, в связи с этим возникают временные задержки между операциями нагрева и деформации, которые также приводят к нарушению обусловленных технологией температурных режимов нагрева и пластической деформации, что негативно отражается на качестве изделий. Построение замкнутых оптимальных систем управления температурными режимами индукционного нагрева обеспечивает не только достижение требуемых температурных кондиций, но и стабилизацию температурных распределений в течение необходимого до начала операций обработки давлением времени в условиях, действующих в системе возмущений.

Применение метода динамического программирования для решения задачи АКОР позволяет получить закон управления в системе с обратной связью в аналитической форме, которая оказывается достаточно простой для технической реализации системы на базе типовых измерительных устройств и программируемых контроллеров.

Сказанное подтверждает актуальность и существенный интерес рассматриваемой в диссертационной работе задачи векторной оптимизации процесса индукционного нагрева металлической заготовки с целью синтеза алгоритма оптимального управления в замкнутой системе в условиях всегда неполного измерения состояния объекта. В качестве минимизируемого критерия оптимальности выбрана взвешенная сумма интегральной квадратичной погрешности приближения управляемого температурного поля к заданному равномерному распределению и энергетических затрат на процесс управления. Полученные результаты, апробированные на численных нелинейных моделях взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе нагрева стальной цилиндрической заготовки перед обработкой давлением, использованы в расчетно-проектной практике.

Целью диссертационной работы является повышение энергетической эффективности и снижение потерь от погрешности достижения требуемых температурных кондиций металлических полуфабрикатов в процессе их индукционного нагрева путем создания замкнутой системы автоматического управления температурным режимом нагрева с аналитически сконструированным оптимальным регулятором в условиях неполного объема информации об объекте управления.

Для достижения указанной цели в диссертации решаются следующие **задачи**:

1. Разработка методики решения задачи АКОР, сформулированной как задача векторной оптимизации температурных режимов индукционного нагрева с критерием оптимальности в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки регулирования и расхода энергии на процесс управления, в условиях неполного измерения состояния объекта управления.

2. Получение алгоритма оптимального управления температурным режимом процесса индукционного нагрева в замкнутой системе при измерении температуры в одной фиксированной точке заготовки.

3. Разработка и верификация нелинейных численных моделей взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в технологическом процессе индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок в замкнутой системе оптимальной стабилизации температурных кондиций нагреваемых заготовок.

4. Исследование разработанного алгоритма оптимальной стабилизации температурных режимов индукционного нагрева в замкнутых системах управления с обратной связью по температуре, измеряемой в одной фиксированной точке заготовки, с использованием численных нелинейных моделей взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей.

5. Анализ результатов и обоснование их эффективности и практической применимости при построении замкнутых оптимальных систем управления

температурными режимами индукционного нагрева в условиях неполного объема информации о технологическом процессе.

Методы исследования. Для решения поставленных в диссертационной работе задач использованы методы численного и компьютерного моделирования, теории оптимального управления системами с распределенными параметрами, теории автоматического управления, теории теплопроводности и электромагнетизма.

Научная новизна. В диссертационной работе получены следующие основные научные результаты, обладающие научной новизной:

1. На основе метода динамического программирования разработана новая методика решения задачи синтеза алгоритма управления температурным режимом индукционного нагрева, оптимального по критерию, представляющему собой взвешенную сумму типовых показателей качества, применительно к одномерной модели ОРП с нелинейными граничными условиями, учитывающими теплотери за счет излучения и конвекции, в условиях неполного измерения распределенной функции состояния объекта.

2. В аналитической форме получен алгоритм оптимального управления в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в одной фиксированной точке заготовки, который обеспечивает минимум среднеквадратичной интегральной ошибки отклонения распределения температурного поля от заданного при минимальном расходе энергии на процесс управления.

3. Разработаны проблемно-ориентированные нелинейные численные модели взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе периодического индукционного нагрева стальных заготовок цилиндрической формы, позволяющие исследовать температурные режимы индукционного нагрева в системе оптимальной стабилизации с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек заготовки.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Методика решения задачи синтеза замкнутой системы автоматической стабилизации температурного поля заготовки в процессе индукционного нагрева,

сформулированной как задача векторной оптимизации с критерием в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки регулирования и расхода энергии на процесс управления, в условиях неполного измерения состояния объекта.

2. Алгоритм оптимального управления процессом индукционного нагрева в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в одной фиксированной точке заготовки, который обеспечивает минимум среднеквадратичной интегральной ошибки отклонения распределения температурного поля металлических полуфабрикатов от заданного при минимальном расходе энергетических ресурсов.

3. Проблемно-ориентированная двумерная нелинейная численная модель взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе периодического индукционного нагрева стальных заготовок цилиндрической формы в замкнутой системе оптимальной стабилизации температурного режима нагрева с обратной связью по температуре, измеряемой в фиксированной точке заготовки.

4. Результаты анализа оптимальных температурных режимов индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок в замкнутой системе управления с обратной связью по температуре заготовки, измеряемой в одной из точек с заданными координатами.

Практическая значимость диссертации. Разработанные в диссертации методики, алгоритмы и модели могут быть использованы для синтеза замкнутых систем оптимального управления температурными режимами периодического индукционного нагрева, а также для решения задач моделирования, анализа и оптимизации объектов технологической теплофизики с распределенными параметрами, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных параболического типа.

Применение полученных в диссертационном исследовании результатов при управлении процессами индукционного нагрева обеспечит повышение точности

стабилизации температурных кондиций нагреваемых заготовок и снижение расхода энергии на процесс управления по сравнению с типовыми технологиями нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением.

Реализация результатов исследований. Полученные в работе теоретические положения и практические результаты использованы:

- при выполнении научных исследований по темам «Оптимальное проектирование проходных индукционных нагревателей для технологического комплекса «нагрев-обработка давлением» и «Разработка оптимальных алгоритмов управления численными моделями процесса индукционного нагрева», выполненных по программе «Леонард Эйлер» при поддержке Немецкого фонда академических обменов (DAAD) (2009 г., 2011 г.);
- при выполнении НИР по проекту «Создание энергосберегающих систем потребления электроэнергии мощными электротехнологическими комплексами обработки металла давлением», государственный контракт № П1448 от 09.03.2009 г. по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России», 2009-2011 г.;
- при выполнении НИР по проекту «Разработка энергосберегающих технологий оптимального проектирования и управления мощными индукционными нагревательными установками» (Поисковые гранты по стратегическим направлениям развития науки и высоких технологий, Общественный фонд содействия отечественной науке, 2012 г.);
- при выполнении НИР по проектам Российского Фонда Фундаментальных Исследований «Теория и вычислительные алгоритмы специального метода совместной оптимизации по системным критериям качества взаимосвязанных объектов технологической теплофизики в составе производственных комплексов обработки металла давлением» (№ 13-08-00926) и «Разработка научно-технических основ интегрированного оптимального проектирования и многокритериального управления электротермическими установками для нагрева металлических полуфабрикатов перед последующей обработкой давлением» (№ 16-08-00945);

- при выполнении НИР по проектам «Теория построения и методы реализации стратегий программного и позиционного управления техническими объектами с распределенными параметрами» (Шифр 7.668.2011) и «Оптимизация по критериям ресурсной ценности, энергосбережения и экологической безопасности организационно-технической системы утилизации отходов нефтегазового комплекса» (проектная часть госзадания, проект №10.3260.2017/4.6) в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки РФ.

Материалы диссертационных исследований использованы в расчетно-проектной практике в ООО «Камет» и ПАО «Салют», а также в учебном процессе в ФГБОУ ВО «СамГТУ» при подготовке бакалавров и магистров по направлениям 13.03.01 и 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 27.03.04 и 27.04.04 «Управление в технических системах» и бакалавров по направлению 27.03.03 «Системный анализ и управление».

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских конференциях: XIV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Современная техника и технологии» (2008 г., г. Томск); Международной научно-технической конференции «Информационные, измерительные и управляющие системы» (ИИУС-2010) (2010 г., г. Самара); Седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (2010 г., г. Самара); XIV, XV, XVI Международных конференциях «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (2012 г., 2013 г., 2014 г., г. Самара); Международной научно-технической конференции «Автоматизация» (RusAutoCon) (2018 г., г. Сочи).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 11 работ, в том числе 1 научная статья в издании, индексируемом в базе SCOPUS, и 4 научных статьи в периодических рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ для публикации основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3-х глав и заключения, изложенных на 123 страницах машинописного текста, содержит 50 рисунков, 6 таблиц, список литературы из 114 наименований и 2 приложения.

Краткое содержание работы

В первой главе рассмотрена проблема синтеза систем оптимального управления техническими объектами с распределенными параметрами. Перечислены основные особенности задач оптимального управления объектами с распределенными параметрами, значительно усложняющие разработку методов их решения по сравнению подобными задачами оптимального управления сосредоточенными объектами.

Сформулирована в наиболее общем виде задача синтеза замкнутой оптимальной СРП, которая сводится к поиску управляющего воздействия как функции управляемой величины, позволяющего осуществить перевод объекта из заданного начального в требуемое конечное состояние с учетом заданных ограничений и обеспечивающего экстремальное значение выбранного показателя качества. Специфическая особенность данной задачи заключается в невозможности получения полной информации о состоянии управляемого объекта в виду ограниченных возможностей измерительных устройств.

Проведен обзор современных методов решения задач оптимального управления ОРП. Показано, что существующие методы синтеза распределенных систем в большинстве своем требуют разработки сложных численных процедур. Наиболее распространенными численными методами отыскания оптимальных программных управляющих воздействий являются алгоритмы градиентного поиска и редукции к задачам математического программирования после предварительной параметризации управляющих воздействий.

Рассмотрены известные аналитические способы решения задач синтеза замкнутых систем автоматической оптимизации ОРП, которые, в основном, используют метод динамического программирования или непосредственно опираются на необходимые условия экстремума в форме соответствующего

принципа максимума. Отмечается, что даже в простейших случаях типовых постановок линейно-квадратичных задач аналитического конструирования регуляторов, их решения сводятся к сложным нелинейным системам интегро-дифференциальных уравнений, которые могут быть разрешены аналитически лишь в частных случаях.

Рассмотрены вопросы, связанные с проблемами управляемости и наблюдаемости ОРП.

Представлена содержательная постановка задачи исследования, которая сводится к поиску алгоритма оптимальной стабилизации функции состояния технологического ОРП в системе с обратной связью при неполном измерении функции состояния объекта. В качестве объекта управления рассматривается широко применяемый в промышленности технологический процесс индукционного нагрева металла перед последующей обработкой давлением. Задачу синтеза алгоритма оптимального управления предлагается формулировать как задачу векторной оптимизации с критерием в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки регулирования и расхода энергии на процесс управления, в условиях неполного измерения состояния объекта.

Вторая глава посвящена постановке и аналитическому решению АКОР процесса индукционного нагрева металла в замкнутой системе стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки относительно заданного равномерного радиального распределения при неполном измерении состояния.

Процесс индукционного нагрева металла рассмотрен как объект управления с распределенными параметрами. Перечислены исходные данные необходимые для корректной постановки задачи оптимального управления процессом индукционного нагрева металла (ПИНМ).

Приведена постановка задачи синтеза алгоритма оптимального управления ПИНМ в замкнутой системе стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки относительно заданного равномерного радиального распределения. Задача сформулирована как задача векторной оптимизации с критерием в форме

линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки приближения температурного поля к заданному распределению и энергетических затрат на реализацию процесса управления. На этапе формулировки и аналитического решения задачи оптимального управления в качестве модели объекта используется упрощенная модель процесса индукционного нагрева, предоставляющая максимальные возможности для получения алгоритма управления в форме явной зависимости от сигнала обратной связи.

Описана основанная на методе динамического программирования методика решения задачи в условиях, когда вся доступная информация о температурном распределении по радиусу нагреваемой заготовки исчерпывается значением температуры, измеряемой в одной точке с фиксированной координатой.

В аналитической форме найден алгоритм оптимального управления температурным полем стальной цилиндрической заготовки в процессе периодического индукционного нагрева, описываемого одномерным линейным уравнением Фурье с нелинейными граничными условиями при неполном измерении управляемой функции состояния.

В третьей главе представлена базовая математическая модель, описывающая поведение взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе индукционного нагрева металла, решение которой возможно только численными методами с использованием современных программных продуктов для разработки цифровых электротепловых моделей процессов.

Выполнен обзор методов численного моделирования электромагнитных и тепловых полей, показано, что наиболее востребованным в настоящее время является метод конечных элементов, обеспечивающий большие возможности для вычислений по сравнению с методом конечных разностей, и менее сложный для реализации по сравнению с методом граничных элементов.

Приведен обзор современных программных средств численного моделирования поведения электротепловых полей, показывающий их

востребованность для анализа и оптимизации электротехнологических процессов, в том числе при разработке, проектировании и исследовании ИНУ.

В условиях, принятых во второй главе упрощений, исследована работа полученного алгоритма оптимального управления процессом индукционного нагрева в замкнутой системе с использованием численной одномерной модели, основанной на методе конечных разностей.

В пакете прикладных программ ANSYS разработана нелинейная двумерная численная модель, учитывающая геометрию системы «индуктор-металл», температурные зависимости теплофизических и электромагнитных параметров процесса, неравномерное распределение токов в индукторе и заготовке и других усложняющих факторов, соответствующих реальным условиям технической реализации процесса. Проведена верификация разработанной модели.

Синтезирована замкнутая система оптимального управления технологическим процессом индукционного нагрева металла с использованием разработанной нелинейной двумерной численной модели.

Проведен сравнительный анализ результатов, полученных с использованием одномерной и двумерной моделей, который подтверждает обоснованность применения алгоритма оптимального управления, найденного в условиях принятых упрощений, для синтеза замкнутых систем оптимальной стабилизации температурного поля в реальном технологическом процессе индукционного нагрева.

Выполнен сравнительный анализ результатов работы системы оптимального управления на основе предлагаемого алгоритма с типовым режимом нагрева, а также с релейным управлением на этапе стабилизации температурного распределения, подтверждающий эффективность работы полученного алгоритма.

Предложена техническая реализация замкнутой системы управления процессом индукционного нагрева металла.

В **заключении** рассмотрены основные полученные в диссертационной работе результаты и рассмотрены дальнейшие перспективы их развития.

1 ПРОБЛЕМА СИНТЕЗА СИСТЕМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1.1 Проблема оптимального управления объектами с распределенными параметрами

Широкий круг разнообразных и сложных задач управления в различных отраслях промышленности связан с объектами, поведение которых не может с достаточной для практических целей точностью характеризоваться только изменением во времени t некоторого конечного множества функций одной переменной. В настоящее время в большинстве технических приложений для повышения эффективности применения систем автоматического управления (САУ) необходимо учитывать пространственную распределенность объектов управления. Это означает, что функция состояния $Q(x,t)$, которая характеризует состояние объекта, представляет собой зависимость управляемой величины не только от времени t , но и от вектора пространственных координат x , изменяющихся в пределах пространственной области, занимаемой объектом. Такие объекты получили название объектов с распределенными параметрами, а описать их поведение с удовлетворительной точностью можно только используя сложные функциональные соотношения с соответствующими граничными и начальными условиями, например, дифференциальные уравнения в частных производных.

К системам с распределенными параметрами относятся управляемые процессы, функции состояния $Q(x,t)$ которых описываются пространственно-временными распределениями физических полей различной природы, например, электромагнитных и температурных полей, полей напряжений, перемещений, концентраций, скоростей, давлений и т.д. Пренебрежение пространственной зависимостью функции состояния для таких объектов является невозможным, так как ведет к потере принципиальных свойств объекта [10, 72].

Задачи управления ОРП и методы их решения обладают некоторыми принципиальными особенностями по сравнению с задачами управления

объектами с сосредоточенными параметрами (ОСП), обусловленными необходимостью учета зависимости функции состояния ОРП от пространственных координат [73].

Во-первых, как уже было сказано, в отличие от ОСП, состояние которых достаточно полно описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, состояние ОРП описывается существенно более сложными дифференциальными уравнениями в частных производных, интегральными уравнениями, интегро-дифференциальными уравнениями и их системами. Во многих случаях решение подобных уравнений возможно только численными методами, что существенно усложняет соответствующие математические модели [73].

Во-вторых, для ОРП становится возможным применение управляющих воздействий, которые характеризуются пространственной распределенностью, и, соответственно, не могут применяться для ОСП. Можно выделить три класса управляющих воздействий, применяемых в ОРП: изменяющиеся во времени сосредоточенные управляющие воздействия $u(t)$, пространственно-распределенные или пространственные управляющие воздействия $u(x)$, пространственно-временные или распределенные управляющие воздействия $u(x,t)$. Второй и третий классы управляющих воздействий принципиально неприменимы для ОСП [73].

В-третьих, фазовые ограничения, которые необходимо учитывать в процессе управления ОРП, приобретают существенно более сложный характер в связи с зависимостью функции состояния $Q(x,t)$ и управляющих воздействий $u(x,t)$ от пространственных переменных [73].

В-четвертых, практическая реализация систем управления ОРП усложняется по сравнению с ОСП из-за необходимости построения регуляторов с пространственно-распределенными управляющими воздействиями, а также в связи с тем, что для наблюдения за результатами процесса управления и использования сигналов обратных связей необходимо осуществление пространственно-распределенного контроля состояния объекта [70, 73].

Несмотря на указанные особенности, содержательные постановки задач управления ОРП аналогичны соответствующим задачам для ОСП. В следящих системах на выходе объекта необходимо обеспечить воспроизведение с допустимой погрешностью задаваемого на входе системы заранее неизвестного закона поведения во времени регулируемой величины. В системах программного управления отрабатывается заранее фиксированная программа изменения во времени управляемого выхода. Работа систем стабилизации заключается в поддержании управляемой величины на требуемом неизменном во времени уровне в условиях воздействия различных возмущений [68]. Оптимальные системы управления обеспечивают выполнение поставленных задач управления объектом при достижении экстремальных значений заранее выбираемых показателей качества (критериев оптимальности).

Требования, предъявляемые при проектировании САУ ОРП, в основном не отличаются от требований к САУ ОСП и сводятся к обеспечению устойчивости замкнутой системы и заданных качественных показателей переходных процессов, к которым обычно относятся время переходного процесса, величина перерегулирования, степень колебательности, и к выполнению требований, предъявляемых к частотным характеристикам [89].

В связи с вышеперечисленными особенностями ОРП, проблема разработки методов решения задач синтеза САУ ОРП оказывается значительно более сложной по сравнению с ОСП. При этом особенно сложными оказываются методы синтеза оптимальных систем ОРП.

Для получения конкретных решений необходимо сформулировать ЗОУ, определив исходные данные, конкретизирующие содержательную постановку задачи [70].

Во-первых, необходимо определить математическую модель объекта управления. Для описания ОРП используются различные формы представления математических моделей, в том числе в виде:

- дифференциальных уравнений в частных производных и их дифференциально-разностных аппроксимаций;

- интегральных уравнений;
- интегро-дифференциальных уравнений с обыкновенными, полными и частными производными;
- многомерных разностных уравнений;
- передаточных функций;
- частотных характеристик;
- модального представления;
- функциональных операторов связи «вход-выход» и др. [10].

Во-вторых, при постановке ЗОУ необходимо выбрать критерий оптимальности, т.е. формальную оценку показателя качества решения задачи, величина которой определяет наилучший среди всех допустимых вариантов решения задачи. Обоснование выбора критерия оптимальности, определяемого конкретными технико-экономическими условиями технологического процесса, является внешней задачей по отношению к рассматриваемой ЗОУ. При этом выбор способа его описания в конкретной аналитической форме, которая может оказать существенное влияние на получаемые результаты, является весьма сложной самостоятельной проблемой. Чаще всего критерий оптимальности представляется в интегральной форме, где подынтегральная функция может зависеть от функции состояния ОРП $Q(x,t)$, управляющих воздействий $u^*(x,t)$, определяемых в пространственно-временной области, заданного конечного состояния ОРП и различных параметров процесса управления [70].

В-третьих, должны быть заданы ограничения на управляющие воздействия и поведение управляемой функции состояния ОРП (фазовые ограничения). Учет ограничений играет принципиальную роль, поскольку в большинстве случаев достичь желаемого конечного распределения функции состояния объекта при экстремальном значении критерия оптимальности удастся только при предельно возможных значениях управляющих воздействий [70].

В-четвертых, необходимо задать формализованное описание требуемого состояния объекта в момент $t=t_k$ окончания процесса управления. При

необходимости точного совпадения конечного состояния выхода ОРП $Q(x, t_{\kappa})$ с его заранее заданным пространственным распределением $Q^*(x)$ задача управления относится к ЗОУ с фиксированным концом траектории. При решении подобных задач применительно к ОРП могут возникнуть многочисленные трудности, связанные либо с возможной неуправляемостью объекта относительно требуемого состояния $Q^*(x)$ [68], либо с невозможностью технической реализации управляющих воздействий, являющимися решениями таких задач [70].

Однако, в связи с практически всегда существующими допусками на отклонение от требуемого состояния $Q^*(x)$, можно сформулировать ЗОУ, в которой допустимое множество конечных состояний объекта определяется путем выбора способа оценки отклонения $Q(x, t_{\kappa})$ от $Q^*(x)$. Такие задачи получили название ЗОУ с подвижным концом траектории. Самыми распространенными на практике являются оценки отклонения $Q(x, t_{\kappa})$ от $Q^*(x)$ по интегральной среднеквадратичной и по максимальной абсолютной величине погрешности приближения $Q(x, t_{\kappa})$ к $Q^*(x)$ в пределах пространственной области, занимаемой объектом (или ее заданной части). Такая постановка задачи в большинстве случаев позволяет получать технически реализуемые алгоритмы, которые могут быть найдены с любой требуемой точностью [70].

Иногда требования к $Q(x, t_{\kappa})$ могут отсутствовать, например, в случаях, когда критерий оптимальности содержит в той или иной форме минимизируемое отклонение $Q(x, t_{\kappa})$ от $Q^*(x)$. Подобные задачи формулируются как ЗОУ со свободным правым концом траектории [70].

Существующее разнообразие используемых математических моделей, описывающих поведение ОРП, а также требований к конечным состояниям управляемых ОРП, учитываемых ограничений, критериев оптимальности и способов их формализованного описания, влечет за собой множество различных вариантов возможных постановок конкретных ЗОУ ОРП, значительно отличающихся друг от друга и требующих применения различных методов их решения [70].

Во многих случаях решить проблемы, связанные с постановкой задачи, может помочь накопленный практический опыт и знание физических особенностей исследуемых явлений. Корректная постановка задачи управления позволяет избежать на последующих этапах ее решения принципиальных трудностей, таких как возможное отсутствие или неединственность оптимального решения, неустойчивость вычислительных процедур и т.д.

На рисунке 1.1 в общем виде представлена система оптимального управления ОРП. Задающее устройство формирует расчетную, оптимальную по выбранному критерию качества программу изменения во времени и/или в пространстве управляющего воздействия или самой управляемой величины $Q(x,t)$, а регулятор с обратной связью по $Q(x,t)$ обеспечивает отработку оптимальной программы с наилучшим из возможных значений показателя эффективности в реальных условиях действия различных возмущений f [70].

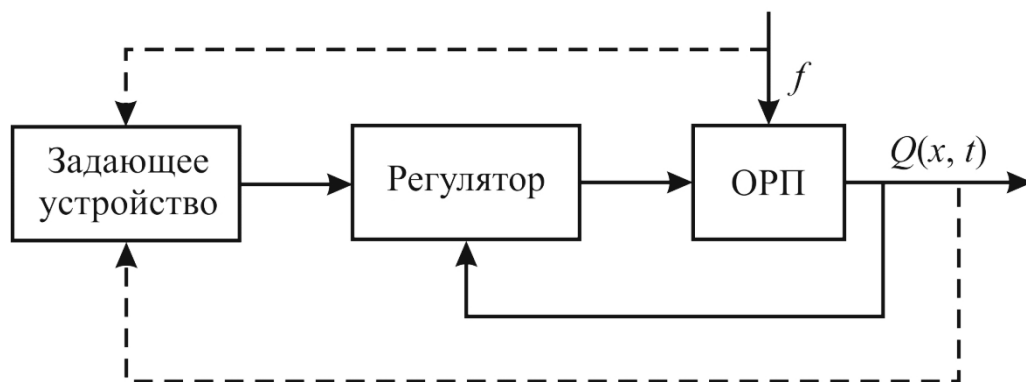


Рисунок 1.1 - Общий вид системы оптимального управления

При конструировании подобной системы возникают две различающиеся по принципу управления задачи:

1. Задача оптимального программного управления, которая заключается в поиске допустимого управляющего воздействия (оптимального управления) $u(x, t)$ в разомкнутой системе для перевода объекта из заданного начального в требуемое конечное состояние;

2. Задача синтеза оптимального регулятора в системах с обратной связью, заключающаяся в отыскании оптимального управления, зависящего от текущего значения управляемой функции состояния объекта $Q(x,t)$, с целью минимизации

ее отклонения от желаемого состояния [68, 70]. Решение подобных задач позволяет осуществить синтез замкнутых систем управления СРП для автоматической отработки оптимальной программы $u^*(Q(x,t))$ с допустимой погрешностью в реальных условиях ограниченной неопределенности характеристик ОРП и воздействия различных возмущений [68, 70].

Решению ЗОУ ОРП посвящены специальные разделы современной теории оптимального управления СРП, которые занимаются как нетривиальным распространением результатов, полученных для систем с сосредоточенными параметрами (ССП), так и разработкой новых способов и подходов, ориентированных принципиально на ОРП.

Одним из основных способов решения задач поиска оптимального программного управления ОРП является использование необходимых условий оптимальности в форме модификаций принципа максимума Понтрягина, являющихся обобщениями этого принципа, применяемыми для решения различных задач управления СРП [32, 85]. При описании ОРП бесконечной системой обыкновенных дифференциальных уравнений непосредственное применение принципа максимума Понтрягина позволяет установить характер сосредоточенных временных управляющих воздействий ОРП, однако, в этом случае значительные трудности представляет его применение для установления характера пространственного оптимального управления [27, 70].

Принцип максимума Бутковского А.Г. применяется для ОРП, описываемых интегральными уравнениями [12, 14, 89]. Для ОРП, состояние которых характеризуется дифференциальными уравнениями в частных производных, Сиразетдиновым Т.К., Егоровым А.И., Лионсом Ж.-Л. и другими определены различные формы принципа максимума для различных критериев оптимальности в ЗОУ с граничными и внутренними, сосредоточенными и распределенными управляющими воздействиями [26, 51, 80, 81].

Методы классического вариационного исчисления также могут применяться для решения задач поиска программного оптимального управления ОРП, однако,

необходимые условия оптимальности принимают существенно более сложный вид, чем в ЗОУ ССП [52].

Указанные выше условия оптимальности в основном применяются для решения ЗОУ ОРП со свободным правым концом траектории, где они принимают наиболее простой вид. Однако, их применение резко усложняется при решении ЗОУ ОРП с фиксированным концом траектории, и тогда эффективным оказывается применение метода моментов, предложенного Красовским Н.Н. применительно к системам с сосредоточенными параметрами [10, 42, 89] и распространенного на задачи оптимального управления системами с распределенными параметрами Бутковским А.Г. [10, 12, 89].

Из-за сложного характера ЗОУ ОРП достаточно редко удается получить их точные аналитические решения, поэтому приходится на различных этапах применять численные, в первую очередь, градиентные оптимизационные методы, основанные на соответствующих аналитических условиях оптимальности СРП [10, 70].

Значительно более сложной по сравнению с задачей программного оптимального управления оказывается задача построения замкнутых систем оптимального управления ОРП с обратными связями в условиях действия реальных возмущений, когда требуется найти зависимость оптимального управления $u^*(Q)$ от текущего значения управляемой функции состояния $Q(x,t)$ (задача синтеза замкнутой системы). Существующие методы решения подобных задач подробно рассмотрены в подразделе 1.2 диссертации.

Однако, здесь необходимо отметить, что несмотря на то, что методы поиска программного оптимального управления применяются, по большей части, для идеализированных ситуаций с полным объемом информации об управляемом ОРП, а методы синтеза замкнутых систем ориентированы на решение ЗОУ ОРП в реальных условиях неполного измерения состояния ОРП и действия различных возмущений, они тесно связаны между собой, а их применение становится необходимым для решения прикладных ЗОУ ОРП. Это объясняется следующими обстоятельствами [70]:

1) Синтез оптимальных алгоритмов в системах с обратной связью часто не может быть выполнен без сведений об основных качественных свойствах и базовых характеристиках оптимальных процессов в разомкнутых СРП, которые можно получить при решении задач программного оптимального управления [70].

2) В реальных системах управления чаще всего приходится решать совместно обе задачи оптимизации с двумя различными критериями оптимальности: задачу построения программной траектории $Q(x,t)$, обеспечивающей в условиях заданных ограничений оптимальный по выбранному критерию качества перевод объекта из заданного начального состояния в требуемое конечное, и задачу автоматической стабилизации оптимальной траектории при воздействии реальных возмущений с минимальными отклонениями $Q^*(x,t)$ от расчетной программы путем синтеза замкнутой системы с обратными связями [70].

3) Синтез замкнутой системы оптимального управления при полном объеме информации о функции состояния объекта часто одновременно решает и задачу синтеза системы с учетом случайных возмущений, действующих на объект [70].

1.2 Общая постановка и методы решения задачи синтеза замкнутой системы оптимального управления с распределенными параметрами

Сформулируем в наиболее общем виде задачу синтеза замкнутой оптимальной СРП, исходя из предположения, что управляемая функция состояния $Q(x,t)$, определенная в замкнутой области $\bar{D}$ изменения пространственной переменной $x \in \bar{D}$, удовлетворяет уравнению [73]:

$$L[Q(x,t)] = f(x,t,u(x,t)), \quad x \in D, \quad t > t_0, \quad (1.1)$$

где D – открытая часть области $\bar{D}$ не содержащая ее границы; L – некоторый заданный линейный интегро-дифференциальный оператор, конкретный вид которого целиком определяется содержанием описываемого процесса для рассматриваемого выхода с учетом принимаемых допущений; $f(x,t,u(x,t))$ – известная функция, характеризующая внешнее воздействие на процесс; $t \in T = [t_0, t_k]$

- промежуток времени функционирования системы, где t_0, t_k - моменты начала и окончания процесса; R^n – n -мерное евклидово пространство.

Если $Q(x,t)$ – векторная функция состояния $Q(x,t)=Q_i(x,t)$, $i=\overline{1,N}$, в качестве которой рассматривается совокупность n различных выходных величин $Q_1(x,t)$, $Q_2(x,t)$, ... $Q_n(x,t)$, то соответствующее векторное уравнение (1.1) представляет собой систему n операторных уравнений относительно $Q_i(x,t)$.

Пусть начальные условия в достаточно общем случае описываются некоторым линейным оператором N :

$$N[Q(x,t)] = Q_0(x), \quad x \in \bar{D}, \quad Q_0(x) \in R^n, \quad t = t_0, \quad (1.2)$$

при заданной начальной функции $Q_0(x)$, описывающей с требуемой полнотой распределение в $\bar{D}$ состояния ОРП в начальный момент рассматриваемого процесса управления.

Для получения единственного решения систему (1.1), (1.2) необходимо дополнить граничными условиями для $Q(x,t)$ следующего вида:

$$\Gamma[Q(x,t)] = g(x,t), \quad x \in \partial\bar{D}, \quad t > t_0, \quad (1.3)$$

где Γ – соответствующий линейный оператор, $g(x,t)$ - внешнее воздействие, которое также можно рассматривать как второй вход объекта наряду с $u(x,t)$, $\partial\bar{D}$ - граница области $\bar{D}$.

Пусть на управляющее воздействие $u(x,t)$ и функцию состояния $Q(x,t)$ наложены ограничения, которые в общем виде записываются следующим образом:

$$u(x,t) \in U, \quad Q(x,t) \in \Omega, \quad (1.4)$$

где U и Ω – множества допустимых значений управления $u(x,t)$ и функции состояния $Q(x,t)$, соответственно, а требования к конечному состоянию объекта $Q^*(x)$ формулируются в виде его принадлежности некоторому множеству Ω^* :

$$Q^*(x,t) \in \Omega^*. \quad (1.5)$$

Определим критерий оптимальности, являющийся показателем качества процесса управления, в виде интегрального функционала следующего вида:

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f(t, Q, u) dt, \quad (1.6)$$

где $f(t, Q, u)$ – заданная непрерывно-дифференцируемая функция.

Задачу синтеза замкнутой системы оптимального управления с обратными связями сформулируем следующим образом: при заданных уравнении объекта (1.1), начальных (1.2) и граничных (1.3) условиях, ограничениях (1.4) требуется найти управление $u(x, t, Q)$, как функцию управляемой величины $Q(x, t)$, обеспечивающее перевод ОРП из заданного начального состояния в требуемое конечное, при котором достигается экстремальное значение критерия оптимальности (1.6).

Специфическая особенность сформулированной задачи синтеза замкнутых систем оптимального управления ОРП заключается в невозможности получения полной информации о состоянии управляемого объекта ввиду ограниченных возможностей измерительных устройств. В такой ситуации существуют два способа построения замкнутых систем:

- 1) непосредственное использование обратных связей по измеряемым переменным [21, 22];
- 2) восстановление требуемых оценок управляемой величины с помощью соответствующих наблюдателей состояния по результатам измерения [68].

При этом может быть поставлена более общая задача совместной оптимизации процессов измерения и управления, решение которой позволяет получить характеристики реализуемых измерительных устройств, при которых алгоритмы оптимального управления с обратными связями по измеряемым величинам обеспечивают достижение экстремальных значений заданных показателей качества [68].

Описанная задача синтеза оптимального регулятора представляет собой одну из главных проблем теории управления системами с распределенными параметрами, решению которой посвящены работы таких ученых как Бутковский А.Г., Сиразетдинов Т.К., Рапопорт Э.Я., Коваль В.А., Першин И.М.

Рассмотрим основные из существующих в настоящее время подходов к решению задачи синтеза систем управления ОРП.

Задача аналитического конструирования оптимальных регуляторов была впервые сформулированная Летовым А.М., как задача поиска средствами математического анализа вида дифференциального уравнения регулятора, отвечающего принятому критерию оптимальности [48]. АКОР базируется на использовании методов функций Ляпунова и динамического программирования и широко применяется для синтеза оптимального управления в линейно-квадратичных задачах оптимизации.

В работах Сиразетдинова Т.К. [21, 22, 80-84] решена задача АКОР для ОРП, сформулированы необходимые и достаточные условия оптимальности, а также рассмотрены вопросы измерения.

Егоровым А.И. рассмотрено применение метода динамического программирования для решения задач оптимального управления тепловыми и диффузионными процессами [26]. В работах [70, 80] приведено подробное описание решения типичной задачи оптимального управления линейными моделями ОРП по квадратичным критериям оптимальности, которое сводится к нелинейной системе интегро-дифференциальных уравнений типа Рикатти, которые могут быть разрешены аналитически лишь в частных случаях.

Следует отметить, что в перечисленных работах предлагается решение задачи минимизации отклонений от нулевого заданного значения управляемой величины, а также рассматриваются постановки задач с однородными граничными условиями либо с граничными управляющими воздействиями.

В работах Бутковского А.Г., Рея У., Коваля В.А, Першина И.М. [11, 33, 64, 68, 76] предложены конструктивные подходы к проблеме синтеза оптимальных СРП в прикладных задачах с применением методов теории пространства состояний, пространственно-частотной декомпозиции и построения распределенных регуляторов.

В работе Рапопорта Э.Я. [68] обосновывается метод пространственно-частотной декомпозиции, который заключается в представлении передаточных

функций ОРП и распределенного регулятора в форме их разложения в бесконечный сходящийся в среднем ряд по собственным функциям линейной модели объекта, описываемой типовыми уравнениями в частных производных второго порядка, что приводит к структурно-параметрическому синтезу системы управления конечным числом учитываемых временных мод управляемой величины (системы модального управления).

Першиным И.М. в [64] на примере системы управления температурным полем в многослойной среде, описываемой системой уравнений теплопроводности, предложен способ построения САУ ОРП сложной структуры. В целях параметрического синтеза регулятора для систем с распределенными параметрами разработана специальная модификация классических частотных методов. Предложенный распределенный регулятор отличается от типового ПИД-регулятора, применяемого в ССП, дополнительным слагаемым алгоритма управления, пропорциональным пространственным производным температурного поля.

В работах Коваля А.В. [33, 34, 35] предлагается спектральный метод представления распределенной системы, который позволяет перейти от дифференциального уравнения в частных производных к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, а также дается обоснование использования ограниченного числа уравнений. Благодаря этому становится возможным применение аналитического конструирования оптимальных регуляторов в обыкновенных системах для синтеза регуляторов распределенных систем.

Одним из направлений в области синтеза регуляторов в распределенных системах является параметрический синтез, сущность которого заключается в поиске параметров регулятора при заданной структуре системы управления и математических моделях объекта управления и регулятора. Однако, при заданной структуре регулятора часто невозможно подобрать параметры, обеспечивающие предъявляемые требования, или такие параметры могут быть физически не реализуемы [33].

Красовским Н.Н., Осиповым Ю.С. и другими выполнен целый ряд разработок в области позиционного управления СРП по принципу обратной связи в условиях неопределенности, путем редукции задач управления к дифференциальным играм в соответствующих функциональных пространствах. Для практической реализации этих методов в виде конкретных вычислительных алгоритмов часто необходима дополнительная работа с учетом постановочных аспектов и реальных свойств объекта управления в каждом конкретном случае [72].

Для некоторых имеющих большое прикладное значение объектов технологической теплофизики (нагрев, сварка, пайка, плавка, тепловые процессы при механической обработке деталей и др.), химических процессов (адсорбция, конвективная диффузия и др.), процессов геофильтрации, объектов акустики и гидроакустики в качестве управляющих воздействий можно рассматривать интенсивность, форму и закон движения источников вещества или энергии [15,43]. В связи с этим возникает новый класс задач подвижного управления распределенными объектами, решения которых обладают принципиально большими возможностями по сравнению с неподвижными воздействиями, включающими перевод объекта в состояние, недостижимое в классе неподвижных управлений [15, 25, 90].

Метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов основывается на введении агрегированных макропеременных, относительно которых осуществляются процедуры оптимизации по квадратичным и неквадратичным функционалам. Такие макропеременные формируются в виде некоторых, априори не задаваемых однозначным образом функций фазовых координат и искомых параметров обратной связи [37, 38].

Отличительной чертой метода является (помимо достижения экстремального значения некоторого функционала) обеспечение таких показателей качества процесса управления, как асимптотическая устойчивость, заданные время и характер затухания переходных процессов и др. Это достигается за счет введения совокупности притягивающих многообразий

понижающей размерности, к которым асимптотически притягивается изображающая точка в процессе ее движения к началу координат фазового пространства [37].

Данный метод разрабатывался для ССП, поэтому его использование применительно к СРП становится возможным после процедуры точной редукции типовых нелинейных уравнений в частных производных параболического типа к нормальной форме описания объекта бесконечной системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка специального вида, которая может быть аппроксимирована с любой требуемой точностью ее усеченной конечномерной подсистемой [69, 75]. Процедура синтеза управления делится на два этапа: на первом этапе гарантируются асимптотические устойчивые, обладающие необходимыми свойствами движения модели объекта сначала из произвольного начального состояния к притягивающему многообразию, на втором – движение вдоль этого многообразия к началу координат фазового пространства, соответствующему переходу к установившемуся режиму работы. [37, 75].

Поскольку в методе аналитического конструирования агрегированных регуляторов конкретные критерии качества не задаются заранее, а строятся на основе некоторого обобщенного интегрального функционала, путем выбора соответствующих макропеременных с учетом уравнений объекта, то это позволяет учесть динамические свойства объекта, и избежать возможного противоестественного протекания переходного процесса [37].

Проведенный анализ позволяет сделать вывод о том, что существующие методы синтеза распределенных систем в большинстве своем требуют разработки сложных численных процедур. В то же время известные аналитические способы решения задач синтеза замкнутых систем автоматической оптимизации ОРП, в основном, используют метод динамического программирования или непосредственно опираются на необходимые условия экстремума в форме соответствующего принципа максимума. При этом даже в простейших случаях типовых постановок линейно-квадратичных задач аналитического

конструирования регуляторов, их решения сводятся к сложным нелинейным системам интегро-дифференциальных уравнений, которые могут быть разрешены аналитически лишь в частных случаях.

1.3 Проблема управляемости и наблюдаемости объектов с распределенными параметрами

Постановка задачи управления ОРП может быть корректной только в случаях, когда существуют управления, являющиеся решением задачи при выполнении всех указанных в постановке условий. Условия существования необходимых управляющих воздействий связаны с понятием управляемости объекта, то есть с возможностью выбора допустимого управляющего воздействия, обеспечивающего перевод ОРП из заданного начального в требуемое конечное состояние за некоторое время при наличии существующих возмущений [56, 68].

С формальных позиций проблема управляемости распределенного объекта сводится к задаче разрешимости на конечном временном интервале интегрального уравнения относительно ограниченной функции управления при заданных граничных и начальных условиях, функции возмущения и конечной целевой функции управления, причем все рассматриваемые функции должны принадлежать заданным функциональным множествам [11, 68]. Отсутствие или наличие решения в заданном множестве функций данного уравнения свидетельствует об управляемости или неуправляемости объекта. Решение данной задачи сопряжено с рядом трудностей, так как перед непосредственным решением интегрального уравнения необходимо определить функцию Грина для решаемой задачи, стандартизирующий функционал по управлению и возмущению.

Во многих случаях проще исследовать ОРП на неуправляемость, используя только необходимые условия управляемости, нарушение которых можно считать достаточными условиями неуправляемости [11, 68]. Например, типовые ОРП заведомо неуправляемы, когда заданное конечное состояние объекта, отвечающее формальным требованиям, не согласуется с граничными условиями

рассматриваемой краевой задачи, или в случаях, когда функции $Q(x,t)$, описывающие требуемые конечные состояния, имеют разрывы или изломы в области изменения пространственных аргументов функции состояния ОРП [68].

Для исследования управляемости линейных распределенных объектов применяется метод, основанный на использовании конечных интегральных преобразований [56, 68]. Для ОРП с внутренним распределенным, зависящим от пространства и времени управлением и граничными управлениями, зависящими только от времени, проблема управляемости сводится к исследованию разрешимости относительно искомого управления бесконечномерной проблемы моментов [25, 56, 68]. В случае, когда рассматриваются ОРП с управляющими воздействиями, зависящими только от пространственной координаты, проблема управляемости сводится к разрешимости бесконечной системы алгебраических уравнений относительно бесконечного числа коэффициентов разложения управляющих воздействий в ряды по ортогональным функциям и последующему анализу сходимости этих рядов [68].

Проблема управляемости приближенных моделей типовых распределенных объектов на практике часто исследуется применительно к описанию ОРП сосредоточенной системой, получаемой учетом конечного числа N временных мод, т.е. осуществляется переход к ОСП. При этом возможны ситуации, когда для неуправляемого ОРП, соответствующий ОСП будет управляемым, поскольку требуемая конечная точка в конечномерном фазовом пространстве уже не должна соответствовать точному описанию объекта в терминах краевой задачи для уравнений в частных производных. Это означает, что переход к приближенному описанию ОРП в рамках моделей систем с сосредоточенными параметрами даже при сколь угодно малой погрешности приближения может привести к потере такой принципиальной особенности ОРП, как его неуправляемость. При этом очевидно, что неуправляемость конечномерных приближений при модальном описании объекта всегда влечет за собой неуправляемость точных моделей ОРП [68].

Вывод о полной управляемости линейных конечномерных представлений моделей ОРП можно сделать, применяя известные матричные критерии управляемости систем с сосредоточенными параметрами [68].

Ситуация существенно меняется, когда приходится учитывать ограничения на управляющие воздействия. В таком случае только некоторое множество конечных состояний оказывается достижимым с помощью допустимых управлений. Такой объект считают управляемым относительно некоторых значений управляемой функции, и он уже не обладает свойством полной управляемости, при котором обеспечивается управляемость относительно любого заданного конечного состояния [68].

Неуправляемость ОРП часто связана с жестким требованием точного попадания в заданное конечное состояние объекта $Q^*(x)$, что не всегда оправдано с позиции требований к функционированию объекта в конкретных условиях рассматриваемой задачи управления. В реальности практически всегда имеют место допуски на отклонение от требуемых в идеале конечных состояний ОРП. Учет таких допусков и их формальное описание в терминах допустимой области желаемых конечных состояний приводит к заведомо разрешимой задаче для управления ОРП на множестве достижимых величин таких отклонений по схеме с подвижным правым концом фазовой траектории [68]. Такой подход открывает множество возможностей для получения алгоритмически точных и практически реализуемых решений задач управления ОРП. Он может использоваться как для управляемых, так и для неуправляемых ОРП, и имеет ряд принципиальных преимуществ перед методами исходной дискретизации модели объекта [68, 72].

Реализация замкнутых систем управления ОРП с обратными связями возможна при наличии полной информации о функции состояния объекта $Q(x,t)$ в каждый момент времени t в любой точке x пространственной области, занимаемой объектом.

Однако, выходные сигналы измерительных устройств $Q_M(x,t)$, с помощью которых может быть непосредственно получена информация о функции состояния объекта, практически никогда точно не совпадают с $Q(x,t)$, даже если

не учитывать погрешности, вызванные самой процедурой измерения. Это связано с неосуществимостью непосредственного получения полной информации о состоянии распределенного объекта вследствие того, что реально невозможно использовать бесконечное число измерительных устройств во всех точках x пространственной области, занимаемой объектом. Следовательно, для ОРП, состояние которого характеризуется бесконечным количеством управляемых величин, можно говорить только о неполном измерении состояния с помощью конечного числа измерителей [22, 68].

Таким образом, результат измерения $Q_M(x,t)$ отличается от самой измеряемой функции состояния $Q(x,t)$, в этой связи возникает проблема наблюдаемости, заключающаяся, во-первых, в определении самой возможности восстановления управляемого распределенного выхода объекта по результатам его практически всегда неполного измерения для получения необходимых сигналов обратных связей в замкнутых системах управления и, во-вторых, в разработке способов построения устройств (наблюдателей), реализующих такую возможность, если она существует [68].

Проблему наблюдаемости можно избежать в частных случаях, когда можно ограничиться управлением только непосредственно измеряемыми величинами [68].

Распределенный объект называется наблюдаемым, если при известном управляющем воздействии можно по результатам неполного измерения распределенной управляемой величины определить его состояние в момент времени, предшествующий моментам измерения [68].

Формально проблема наблюдаемости сводится к исследованию условий существования решений интегрального уравнения, связывающего результаты измерения и функцию состояния ОРП, и к анализу сходимости рядов, восстанавливающих начальное состояние объекта по найденным в результате такого решения коэффициентам [11, 68].

Одним из случаев, когда подобные системы уравнений оказываются неразрешимыми, т.е. объект заведомо не наблюдаем, является случай, когда

измерения производятся в точке, являющейся нулем какой-либо одной из бесконечного числа собственных функций ОРП. Даже если решения данной системы уравнений существуют, бесконечные ряды с расчетными значениями коэффициентов могут не сходиться, и в результате объект может опять оказаться ненаблюдаемым. Анализ наблюдаемости с использованием типовых матричных критериев применительно к приближенным моделям ОРП приводит к подобному выводу [68].

Наличие свойства наблюдаемости у распределенной системы означает лишь принципиальную возможность восстановления выхода объекта по результатам его измерения. Для того, чтобы реализовать эту возможность требуется синтезировать наблюдатели (идентификаторы) состояния, вырабатывающие значения этих переменных по измеряемым сигналам [68].

Одним из основных способов построения наблюдателя является его исполнение в виде замкнутой динамической системы, содержащей модель объекта, на вход которой подается то же управляющее воздействие, что и на реальный объект. В связи с влиянием начальных условий и других возмущений сигнал модели часто дает оценку состояния объекта с некоторыми погрешностями. Для их уменьшения этой погрешности в структуру наблюдателя включается блок формирования корректирующего входного воздействия модели, входным сигналом, которого служит функция рассогласования выходных сигналов измерителей состояния модели и реального объекта. [22, 68, 80].

1.4 Содержательная постановка задачи исследования

В работе формулируется и решается задача синтеза оптимального алгоритма управления процессом периодического индукционного нагрева стальной цилиндрической заготовки. Основной целью процесса индукционного нагрева является обеспечение заданных температурных кондиций нагреваемых полуфабрикатов перед последующими операциями пластической деформации. Поскольку температурное поле, являющееся управляемой функцией состояния, изменяется в процессе нагрева во времени и в пространстве, процесс нагрева

необходимо рассматривать как объект управления с распределенными параметрами.

Требуемые температурные кондиции могут быть получены разными способами организации процесса нагрева, которые могут быть реализованы за счет конструктивного исполнения индукционной нагревательной установки и (или) за счет использования различных режимов работы ИНУ.

Таким образом, возникает проблема определения законов изменения выбранных управляющих воздействий ИНУ во времени и (или) по пространственным координатам, которые обеспечивают достижение требуемых температурных кондиций нагреваемых заготовок при экстремальном значении критерия оптимальности. Решить данную проблему можно с помощью средств и методов современной теории и техники оптимального управления.

Изначально задачи оптимального управления в области нагрева изучались применительно к газовым нагревательным печам в работах Бутковского А.Г., Малого С.А., Гольдфарба Э.М., Вырка А.Х. [13, 14, 55]. Бутковским А.Г. впервые задача оптимизации СРП была сформулирована применительно к технологии нагрева металла и им же были предложены методы ее решения [10-12]. Проблемам оптимизации режимов работы индукционных нагревателей по различным критериям посвящены работы Рапопорта Э.Я., Данилушкина А.И., Лившица М.Ю., Казакова А.А., Зимина Л.С., Носова П.И., Синдякова Л.В., Малешкина Н.И., Коломейцевой М.Б., Сабурова В.В., Павлова Н.А. [20, 28, 29, 39, 40, 49, 50, 54, 60-63, 65, 71, 74, 79] и др.

Первые исследования в области оптимизации процессов индукционного нагрева, связанные с разработкой метода ускоренного изотермического нагрева, выполнены Яицковым С.А. и Павловым Н.А. [62, 93]. По сравнению с традиционной технологией, предусматривающей режим нагрева с удельной мощностью близкой к постоянной, предложенный метод обеспечивает значительное повышение производительности ИНУ [71].

Проблема индукционного нагрева с минимальным расходом энергии изучалась в работах Егорова А.И., Дугина Н.С. и Лелевкиной А.Г. [26, 47].

Подстригачем Я.С. и Бурлаком Я.И. классическими вариационными методами решались задачи оптимизации напряженного состояния при индукционном нагреве с учетом фазовых ограничений на величину термонапряжений [9, 18, 86].

В большинстве работ, посвященных оптимизации процессов индукционного нагрева, разрабатываются различные методы решения отдельных конкретных задач.

Выполненные Рапопортом Э.Я. системные исследования обобщающего характера позволяют установить общие закономерности оптимальных процессов индукционного нагрева и создать на их базе единые эффективные инженерные методики решения основного круга задач поиска оптимального управления, постановочные аспекты которых учитывают особенности объекта, а также определить границы возможностей оптимального управления ИНУ и дать сравнительный анализ существующих методов поиска оптимальных режимов работы нагревательных установок [71].

Применение альтернансного метода параметрической оптимизации процессов нестационарной теплопроводности при индукционном нагреве предложено и обосновано Рапопортом Э.Я. в [67].

В настоящее время активно развиваются методы поиска оптимальных управлений ПИНМ с использованием численных моделей, позволяющих учитывать краевые эффекты, нелинейные зависимости свойств материалов от температуры, сложный характер теплообмена с окружающей средой. В работах [97, 102, 103] определяются оптимальные параметры геометрии обмотки индуктора для достижения равномерного распределения температуры по длине нагреваемой заготовки, в работе [104] описана процедура поиска оптимальных значений частоты и плотности тока для обеспечения заданной скорости нагрева на основе градиентных методов. В [96] исследуются и сравниваются процедуры решения многоцелевой задачи оптимизации ПИНМ, основанные на альтернансном методе и алгоритме NSGA-II. Оптимальному проектированию индукционных нагревателей с использованием численных моделей посвящены работы Демидовича В.Б. [23, 24].

Несмотря на значительный объем исследований, посвященных оптимизации ПИНМ, работ, посвященных синтезу оптимальных систем управления ИНУ, весьма немного. Среди них большой интерес представляют работы Левина И.С. [46, 106], в которых рассмотрена задача синтеза оптимальных по быстродействию систем управления ПИНМ в условиях ограниченной неопределенности. В работе Базарова А.А. [4] для синтеза оптимальной по энергозатратам системы управления для объекта, поведение температурного поля которого описывается нелинейным уравнением Фурье, рассмотрен способ, основанный на комбинации метода конечных элементов и методов синтеза оптимального управления системами с сосредоточенными параметрами. Однако реализация предлагаемого способа является время- и трудозатратой даже с использованием современной вычислительной техники.

В диссертационной работе рассматривается решение представляющей существенный интерес актуальной задачи векторной оптимизации процесса индукционного нагрева металлической заготовки с целью синтеза алгоритма оптимального управления в замкнутой системе в условиях всегда неполного измерения состояния объекта. В качестве минимизируемого критерия оптимальности выбрана взвешенная сумма интегральной квадратичной погрешности приближения управляемого температурного поля к заданному равномерному распределению и энергетических затрат на процесс управления. Следовательно, рассматривается постановка задачи оптимального управления ОРП со свободным правым концом траектории. Это позволяет снять целый ряд существенных затруднений, связанных с достижением требуемых пространственных распределений управляемых величин в конце процесса управления [70].

Система управления с обратной связью рассматривается как система автоматической стабилизации температурного поля нагреваемой заготовки около заданного значения. Поэтому, основываясь на базовом принципе линеаризации уравнений объекта относительно достаточно малых отклонений от программной

траектории его движения, можно использовать для описания поведения температурного поля линейное уравнение Фурье.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к задаче синтеза управления в линейно-квадратичной задаче оптимизации, и для ее решения целесообразно применять метод динамического программирования, позволяющий получить в явном виде алгоритм оптимального управления.

Замкнутая система оптимальной стабилизации строится в условиях неполного измерения состояния объекта: для синтеза системы управления используется обратная связь по температуре, измеряемой в одной из точек заготовки.

Разработанный в результате решения поставленной в диссертационной работе задачи алгоритм исследуется в замкнутых системах управления с использованием численных нелинейных моделей взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей. Проводится анализ полученных результатов и дается обоснование практической применимости алгоритма для построения автоматических замкнутых систем оптимального управления температурными режимами индукционного нагрева в реальных условиях, соответствующих технологическому процессу индукционного нагрева металла.

1.5 Основные результаты и выводы

1. Рассмотрена содержательная постановка задачи оптимального управления объектами с распределенными параметрами, которая в большинстве случаев, подобно сосредоточенным системам, формулируется как задача поиска допустимого управляющего воздействия, которое переводит ОРП из заданного начального состояния в требуемое конечное и обеспечивает экстремальное значение выбранного критерия, определяющего качественные показатели процесса управления. Для точной постановки в качестве необходимого объема априорной информации требуется задать математическую модель ОРП, сформулировать критерий оптимальности, ограничение на управляющие

воздействия и управляемую функцию состояния ОРП, а также формализовать требования к конечному состоянию объекта.

Указанная базовая совокупность исходных данных обладает принципиальными особенностями по сравнению с задачами оптимизации сосредоточенных объектов, существенно усложняющими решение задач оптимального управления распределенными объектами.

2. В общем случае задачи оптимального управления ОРП формулируются либо как задачи программного управления, обеспечивающего перевод объекта из заданного начального в требуемое конечное состояние, либо как задачи стабилизации (с необходимой точностью) оптимальным регулятором заданных состояний объекта в системе с обратными связями при наличии воздействующих на ОРП возмущений.

При этом при решении задач поиска управляющих воздействий в замкнутых оптимальных системах стабилизации существенно используются решения задач поиска программного оптимального управления ОРП.

3. Сформулирована в наиболее общем виде задача синтеза замкнутой оптимальной ОРП, специфической особенностью которой является принципиальная невозможность получения полной информации о состоянии управляемого объекта в виду ограниченных возможностей измерительных устройств.

4. Проведен обзор современных методов решения задач оптимального управления ОРП. Показано, что для решения задач программного оптимального управления могут применяться необходимые условия оптимальности либо непосредственно в форме принципа максимума Понтрягина, либо в специальных формах его обобщения на случай распределенных систем, описываемых интегральными соотношениями или уравнениями в частных производных.

Эффективные решения сложных краевых задач оптимального управления ОРП при заданных конечных состояниях могут быть получены с помощью вычислительных алгоритмов, основанных на методе моментов.

5. Показано, что существующие методы синтеза распределенных систем в большинстве своем требуют разработки сложных численных процедур.

Наиболее распространенными численными методами отыскания оптимальных программных управляющих воздействий являются алгоритмы градиентного поиска и редукции к задачам математического программирования после предварительной параметризации управляющих воздействий.

6. Рассмотрены известные аналитические способы решения задач синтеза замкнутых систем автоматической оптимизации ОРП, которые, в основном, используют метод динамического программирования или непосредственно опираются на необходимые условия экстремума в форме соответствующего принципа максимума. При этом даже в простейших случаях типовых постановок линейно-квадратичных задач аналитического конструирования регуляторов, их решения сводятся к сложным нелинейным системам интегро-дифференциальных уравнений, которые могут быть разрешены аналитически лишь в частных случаях.

7. Рассмотрены вопросы, связанные с проблемой управляемости и наблюдаемости ОРП. Показано, что исследование управляемости ОРП является сложной проблемой, и во многих случаях проще, используя необходимые условия управляемости выявить заведомо неуправляемые объекты. Переход от задач с требованием точного попадания в заданное фиксированное конечное состояние объекта к задачам с подвижным правым концом траектории открывает множество возможностей для получения алгоритмически точных и практически реализуемых решений задач управления СРП. При построении замкнутых систем управления возникает проблема наблюдаемости управляемого объекта, заключающаяся в определении возможности восстановления управляемого распределенного выхода объекта по результатам его практически всегда неполного измерения и в разработке способов построения устройств (наблюдателей), реализующих такую возможность.

8. Представлена содержательная постановка задачи диссертационного исследования, которая сводится к поиску алгоритма оптимальной стабилизации функции состояния технологического ОРП в системе с обратной связью при

неполном измерении функции состояния объекта. В качестве объекта управления рассматривается широко применяемый в промышленности технологический процесс индукционного нагрева металла перед последующей обработкой давлением. Задачу синтеза алгоритма оптимального управления предлагается формулировать как задачу векторной оптимизации с критерием в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки регулирования и расхода энергии на процесс управления, в условиях неполного измерения состояния объекта.

2 ЗАДАЧА СИНТЕЗА ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ В ПРОЦЕССЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

Данная глава посвящена задаче синтеза замкнутой системы автоматической стабилизации температурного режима технологического процесса индукционного нагрева металлических заготовок перед операциями пластического формоизменения.

Формулируется задача поиска алгоритма оптимального управления температурным распределением по радиусу в центральном сечении цилиндрической заготовки в процессе индукционного нагрева, рассматриваемого как объект с распределёнными параметрами, в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек заготовки. Поставленная задача решается с помощью метода динамического программирования, основное соотношение которого находится с использованием принципа оптимальности Беллмана.

2.1 Описание процесса индукционного нагрева как объекта управления с распределёнными параметрами

В настоящее время индукционные нагревательные установки широко применяются для термической обработки заготовок из черных и цветных металлов перед обработкой давлением (рисунки 2.1, 2.2). В процессе индукционного нагрева тепловая энергия выделяется непосредственно внутри обрабатываемой заготовки, в результате чего обеспечиваются следующие преимущества: высокая скорость нагрева, высокий термический КПД, большие удельные мощности, возможность организации локального нагрева заготовки [58]. Другими достоинствами технологии индукционного нагрева являются относительно малые габариты нагревательных установок, возможность встраивания в технологическую линию производственного комплекса, относительная простота автоматизации производственных операций [1,2]. Задачей работы ИНУ является создание результирующего температурного поля

нагреваемых изделий, отвечающего требованиям технологического процесса, перед последующими операциями пластической деформации [7, 59, 74].

Под обеспечением заданных температурных кондиций понимается достижение удовлетворяющего технологическим требованиям температурного распределения по объему заготовки, которое соответствует наиболее благоприятным условиям последующей пластической деформации.

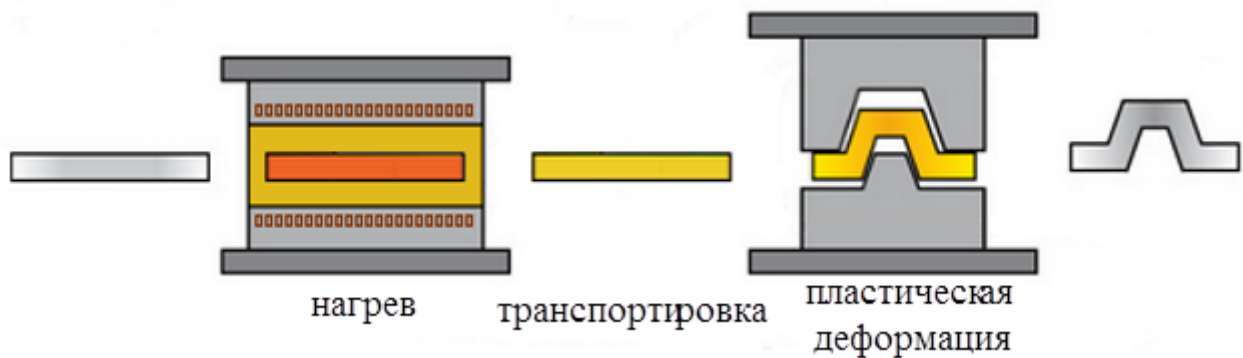


Рисунок 2.1 - Схема технологического процесса «нагрев-деформация»



Рисунок 2.2 - Индукционный нагреватель

Как правило, технологические требования диктуют необходимость достижения равномерного распределения температуры $\Theta_{mp} = const$ в конце процесса нагрева $t = t_k$ по всему объему заготовки, то есть выполнения условия:

$$\Theta(x, y, z, t_k) = \Theta_{mp} \quad (2.1)$$

где x, y, z - пространственные координаты, t - время.

Однако, при индукционном нагреве в типовых условиях наличия тепловых потерь с поверхности заготовки нагреть ее равномерно до температуры Θ_{mp}

невозможно, и, следовательно, требование (2.1) достижения равномерной по всему объему температуры недостижимо [74].

Указанное свойство недостижимости конечного равномерного распределения температуры (свойство неуправляемости процесса индукционного нагрева) является специфической особенностью технологического процесса индукционного нагрева, осуществляемого внутренними источниками тепла [71].

Поскольку технологические требования практически всегда допускают наличие некоторых отклонений от требуемого в идеале конечного температурного распределения, вместо единственного конечного температурного состояния можно задать множество таких состояний, укладывающихся в диапазон допустимых отклонений.

Для формального описания этого множества необходимо определить способ оценки отклонения от заданного температурного распределения.

Максимально согласующейся с требованиями реальной технологии в приложении к задачам нагрева металла под обработку давлением является оценка в виде максимально допустимой величины ε абсолютного отклонения фактического температурного распределения от требуемого фиксированного значения температуры Θ_{mp} в пределах всего объема нагреваемого тела:

$$|\Theta(x, y, z, t_k) - \Theta_{mp}| \leq \varepsilon \quad (2.2)$$

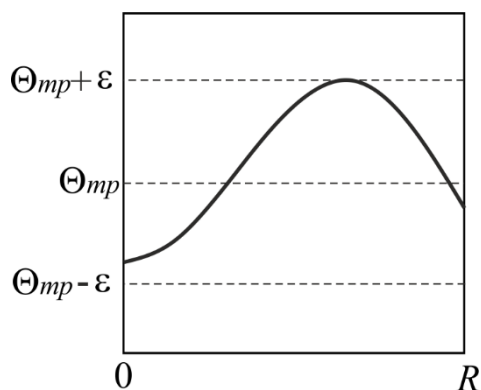


Рисунок 2.3 – Температурное распределение в поперечном сечении заготовки на выходе из индуктора

Условие (2.2) означает, что в конце процесса нагрева абсолютная величина отклонения температуры в любой точке по объему заготовки от требуемого значения не должна превышать заданной величины ε (рисунок 2.3).

В более сложных ситуациях оказывается необходимым выдать из ИНУ изделие с заданным неравномерным распределением температуры (например, при градиентном

нагреве), которое требуется реализовать с допустимой точностью в указанном смысле [71].

При реализации процесса нагрева в промышленных условиях, помимо требований к конечным температурным кондициям, должен учитываться качественный показатель работы ИНУ, называемый критерием оптимизации. К типовым критериям оптимальности ПИНМ относятся производительность (быстродействие), минимизация погрешности достижения заданных температурных кондиций, минимизация энергетических затрат, а также минимизация потерь металла в окалину.

В первом случае, когда целью ЗОУ является обеспечение нагрева до требуемых температурных кондиций за минимально возможное время t_k , критерий оптимальности I_1 может быть записан в следующем виде:

$$I_1 = \int_0^{t_k} dt = t_k \rightarrow \min. \quad (2.3)$$

Во втором случае в роли критерия оптимальности выступает точность нагрева, оцениваемая в общем случае по величине соответствующей нормы отклонения конечного распределения температуры $\Theta(x, t_k)$ от требуемого Θ_{mp} , например, по среднеквадратичной или максимальной абсолютной величинам отклонений. Обозначая такую норму как $\|\Theta(x, t_k) - \Theta_{mp}(x)\|$, можно записать данный критерий оптимальности I_2 следующим образом:

$$I_2 = \|\Theta(x, t_k) - \Theta_{mp}(x)\| \rightarrow \min. \quad (2.4)$$

При использовании критерия (2.4) ЗОУ формулируется как задача со свободным правым концом траектории.

Во многих случаях необходимо решить задачу оптимизации энергетических затрат (расхода энергии на нагрев), которые часто составляют основную статью в составе себестоимости процессов нагрева. В таких ЗОУ критерий оптимальности I_3 , представляемый в интегральной форме, имеет следующий вид:

$$I_3 = \int_0^{t_k} P(t)dt \rightarrow \min, \quad (2.5)$$

где $P(t)$ - закон изменения во времени потребляемой ИНУ мощности.

Если целью управления является минимизация потерь металла в окалину, то критерий в общем виде записывается следующим образом:

$$I_4 = \int_0^{t_k} f(\Theta_{\text{ног}}(t))dt \rightarrow \min, \quad (2.6)$$

где $f(\Theta_{\text{ног}}(t))$ – известная нелинейная функция изменяющейся в процессе нагрева температуры поверхности нагреваемого тела.

Часто качество ПИНМ оценивается совокупностью нескольких критериев одновременно, в этом случае возникает задача векторной оптимизации процесса. Известные методы векторной оптимизации используют различные способы свертывания к однокритериальной форме.

При аддитивной свертке итоговый критерий представляет собой взвешенную сумму учитываемых показателей качества и записывается следующим образом:

$$I_{\Sigma} = \sum_{i=2}^N C_i I_i \rightarrow \min, \quad (2.7)$$

где C_i – весовые коэффициенты.

Мультипликативная свертка представляет собой произведение взвешенных показателей качества:

$$I_{\Pi} = \prod_{i=2}^N C_i I_i \rightarrow \min, \quad (2.8)$$

Часто используются минимаксная и максиминная свертки. Минимаксная свертка гарантирует, что максимальное из всех значений, учитываемых в конкретной ЗОУ критериев, минимально и записывается в следующем виде:

$$I = \max_{i \in \{1; N\}} (I_i) \rightarrow \min. \quad (2.9)$$

Максиминная свертка наоборот обеспечивает, что минимальное из всех значений учитываемых критериев будет максимально:

$$I = \min_{i \in \{1; N\}} (I_i) \rightarrow \max. \quad (2.10)$$

Таким образом, конечной целью процесса нагрева заготовок в ИНУ перед последующими операциями пластической деформации является создание результирующего температурного поля нагреваемых изделий, отвечающего сформулированным требованиям, при обеспечении экстремального значения выбранного критерия оптимальности. Для решения такой задачи должна быть задана математическая модель технологического процесса, которая будет адекватно описывать изменение пространственно-временного распределения температуры заготовок в течение процесса нагрева.

В общем случае пространственно-временное распределение температуры нагреваемых в ИНУ заготовок, рассматриваемое в качестве управляемой функции состояния, описывается системой взаимосвязанных уравнений Максвелла и Фурье для электромагнитного и температурного полей.

Эти уравнения могут учитывать все существенные особенности, характеризующие реальные производственные условия работы ИНУ, такие, как:

- сложная форма нагреваемых изделий в сочетании с различной геометрией системы «индуктор - металл»;
- неравномерный характер распределения индуцируемых в заготовке токов, и, как следствие этого, неравномерное распределение температуры по объему заготовок по всем пространственным координатам;
- температурные зависимости электромагнитных и теплофизических параметров процесса;
- лучистый и конвективный теплообмен с окружающей средой на поверхности нагреваемой заготовки [74].

Однако, при этом моделирующие ПИНМ уравнения усложняются настолько, что их решение с приемлемой точностью возможно только численными методами, в частности, с использованием современных цифровых электротепловых моделей ПИНМ [74].

Вследствие этого, на первых этапах качественных исследований задачи оптимизации целесообразно использовать предельно упрощенные модели объекта

управления, соответствующие типовым допущениям, принятым в теории индукционного нагрева.

Во-первых, такие модели, как правило, предоставляют максимальные возможности в целях изучения общих закономерностей оптимального процесса. Во-вторых, во многих реальных ситуациях они оказываются удовлетворительными и для нахождения количественных оценок (по крайней мере, ориентировочных) температурных кондиций нагреваемых заготовок. В-третьих, качественные выводы общего характера для простых моделей объекта часто удается распространить на последующих этапах исследования на значительно более сложные описания ПИНМ, используя их цифровые модели для получения конкретных численных результатов. Наконец, в-четвертых, расчетные характеристики, получаемые на простых моделях, можно использовать в качестве начальных приближений для вычислений на цифровых моделях.

К числу типичных упрощений при моделировании ПИНМ прежде всего относятся:

- исключение нелинейных эффектов путем усреднения параметров ПИНМ на соответствующих температурных интервалах;
- приближенное представление нагреваемых заготовок в виде тела правильной (канонической) формы (пластина, цилиндр, прямоугольник, параллелепипед, шар);
- упрощенное представление геометрических характеристик системы «индуктор – металл»;
- учет неравномерности распределения температуры только по одной или двум координатным осям в трехмерной системе пространственных координат при сравнительно слабо выраженных температурных градиентах по остальным направлениям (переход к приближенным пространственно-одномерным или двухмерным моделям температурных полей) [74].

При использовании упрощенных моделей оказывается возможным осуществить раздельное аналитическое решение электромагнитной и тепловой задач. Тепловая задача сводится при этом к линейному неоднородному уравнению Фурье в частных производных (уравнение теплопроводности) с

соответствующими граничными условиями относительно температурного поля нагреваемого тела. Именно это уравнение, непосредственно описывающее поведение управляемой величины, и должно рассматриваться в качестве базовой модели ПИНМ. Включаемая в его правую часть функция, характеризующая распределение интенсивности внутренних электромагнитных источников тепла по объему заготовки и ее изменение во времени (за счет чего уравнение теплопроводности и становится неоднородным), находится по решению линейного уравнения Гельмгольца для комплексной напряженности магнитного поля, к которому сводится электромагнитная задача [74].

Требуемое температурное распределение заготовок в ИНУ может быть достигнуто только за счет организации соответствующего распределения по пространственным координатам внутренних источников тепла и поведения во времени удельной мощности этих источников, на которые можно влиять, например, за счет конструктивных характеристик ИНУ, или посредством соответствующих управляющих воздействий, т.е. за счет изменения напряжения, тока или частоты ИНУ в процессе нагрева, изменения скорости движения заготовок и др.

Все используемые в промышленных условиях управляющие воздействия процессами индукционного нагрева можно разделить на три группы.

К первой группе относятся управления, изменяющиеся во времени и не зависящие от пространственных координат (временные или сосредоточенные управляющие воздействия), такие как:

- напряжение на индукторе;
- полная мощность внутреннего тепловыделения, потребляемая от ИНУ;
- частота питающего индуктор тока;
- темп выдачи заготовок из ИНУ непрерывного действия при непрерывном или дискретном характере перемещения заготовок.

Управляющие воздействия этой группы, прежде всего, используются для управления процессами периодического нагрева в целях организации требуемого характера их протекания во времени. Они также могут применяться для управления ИНУ непрерывного действия в переходных режимах их работы [74].

Ко второй группе относятся управляющие воздействия, не меняющиеся во времени и зависящие от пространственных координат (пространственные или распределенные управляющие воздействия). Такие пространственные управления представляют собой проектные решения, рассчитываемые и реализуемые на стадии проектирования ИНУ. Ввиду ограниченности возможностей таких проектных решений, они практически всегда осуществляются, как уже отмечалось выше, путем соответствующих параметрических воздействий, к числу которых можно отнести:

- параметрическое пространственное управление, реализуемое путем многосекционного исполнения ИНУ непрерывного действия (управление по числу, размерам и мощности отдельных секций);
- исполнение индукторов с переменным шагом намотки;
- применение специальных схем питания ИНУ;
- другие способы конструктивного и схемотехнического исполнения системы «источник питания – индуктор – металл»;
- параметрическое пространственное управление величиной заглубления заготовки в ИНУ периодического действия [74].

К третьей группе можно отнести пространственно-временные управляющие воздействия, изменяющиеся как во времени, так и по пространственным координатам. Обычно они представляют собой комбинации управляющих воздействий первой и второй групп. В частности, наибольшими возможностями по реализации различных законов изменения мощности нагрева во времени и по длине нагревателя непрерывного действия обладают ИНУ многосекционного исполнения с автономно регулируемыми напряжениями на отдельных секциях индуктора [74].

На практике приходится часто устанавливать ограничения на управляющие воздействия и требования к поведению температурного поля на всем протяжении процесса нагрева заготовок, исходя из физических характеристик, технологических требований, энергетических ресурсов и конструктивных возможностей ИНУ, а также других факторов.

Можно выделить три основных вида таких ограничений:

- ограничения, накладываемые на управляющие воздействия;
- ограничения, накладываемые на поведение управляемого температурного поля в процессе нагрева;
- ограничения на характеристики процесса нагрева, диктуемые смежными технологическими операциями в составе производственного комплекса «нагрев – обработка давлением».

В производственных условиях обычно учитываются лишь ограничения на максимальную и минимальную величины управления $u(t)$, которые может обеспечить конкретная ИНУ. Таким образом, ограничения могут быть записаны в виде неравенства, определяющего допустимые границы интервала возможного изменения управляющего воздействия на всем протяжении процесса нагрева, в пределах которого управление может изменяться произвольным образом:

$$u_{min} \leq u(t) \leq u_{max}, 0 < t \leq t_k. \quad (2.11)$$

Поскольку большинство оптимальных режимов работы ИНУ происходит с использованием предельных значений управляющей величины, данное ограничение имеет большое значение и его необходимо учитывать при решении задач поиска оптимального управления.

Помимо требований к поведению управляющего воздействия, технология процессов нагрева металлических полуфабрикатов под обработку давлением предъявляет требования к поведению температурного поля нагреваемого изделия, основными из которых являются следующие:

- ограничение на максимальное значение Θ_{max} температуры по всему объему нагреваемой заготовки в любой момент времени процесса нагрева, превышение которого приводит к оплавлению заготовок и нежелательным изменениям структуры металла;
- ограничение на перепады температуры по всему объему нагреваемой заготовки на всем протяжении процесса нагрева, несоблюдение которого приводит тому, что максимальное значение σ_{max} растягивающих термонапряжений $\sigma(x,y,z,t)$ превышает заданную допустимую величину σ_{don} , согласованную с пределом прочности материала заготовки [74].

Для того, чтобы управляющее воздействие однозначным образом определяло поведение управляемой величины, необходимо наличие полной информации об объекте управления. Применительно к базовой модели индукционного нагрева это означает, что должны быть заведомо известны точные значения всех электромагнитных и теплофизических констант для нагреваемого материала (глубина проникновения тока, теплоемкость, плотность, коэффициент теплопроводности), а также начальные и граничные условия [74].

В реальных производственных условиях невозможно получить полную информацию об объекте управления, поэтому всегда имеется некоторая неопределенность основных характеристик технологического процесса. Существующую неопределенность нельзя устранить заранее, однако в большинстве практических случаев можно задать границы диапазона изменения основных параметров. Неопределенные факторы, которые в таком случае удобно рассматривать в роли заведомо неизвестных отклонений от некоторых расчетных (номинальных значений), называются возмущениями или возмущающими воздействиями.

В рамках базовой математической модели ПИНМ основные возмущения можно разделить на 2 класса: функциональные и параметрические.

К классу функциональных возмущений могут быть отнесены, в частности, неточное задание функции изменения плотности потока тепловых потерь во времени и распределения начальной температуры $\Theta_0(x, y, z)$ по пространственной координате. Другим возмущающим фактором этого типа являются, например, нестабильность напряжения источника питания и частоты питающего индуктор тока [74].

К параметрическим возмущениям можно отнести изменения электромагнитных и теплофизических характеристик материала нагреваемых заготовок, которые невозможно определить абсолютно точно априори.

Возмущения оказывают негативное влияние на температурное поле заготовки, отклоняя его поведение от требуемого. Такие отклонения могут быть весьма существенными и приводить к значительным потерям качества процессов управления или к неудовлетворяющим технологическим требованиям

результатам. Указанные обстоятельства обуславливают принципиальное значение учета возмущений в ЗОУ.

Построение системы оптимального управления с обратной связью по температуре заготовки позволяет минимизировать создаваемые возмущениями отклонения температурного поля от требуемого распределения и, тем самым, обеспечить требуемое качество и снизить себестоимость готовых изделий.

2.2 Постановка задачи поиска управляющих воздействий в замкнутой системе автоматической стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки в процессе индукционного нагрева

В данном разделе формулируется задача аналитического конструирования алгоритма оптимального управления в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в одной фиксированной точке заготовки, который обеспечивает минимум среднеквадратичной интегральной ошибки отклонения радиального распределения температурного поля от заданного при минимальном расходе энергии на процесс управления. В качестве пространственно-временного управляющего воздействия процессом индукционного нагрева принимается мощность внутренних источников тепла $F(x, t)$.

Как упоминалось выше, на этапе формулировки и аналитического решения задачи оптимального управления в качестве модели объекта целесообразно использовать упрощенную модель процесса индукционного нагрева, которая позволяет осуществить аналитическое решение ЗОУ ПИНМ.

Применительно к процессам периодического осесимметричного индукционного нагрева цилиндрической заготовки, длина которой значительно превышает ее радиус, можно пренебречь неравномерностью распределения температурного поля по длине заготовки, и использовать одномерное уравнение теплопроводности для описания изменения во времени радиального распределения температуры. Поскольку отклонения от невозмущенного процесса $\Theta(x, t) - \Theta_{mp}$ принимаются достаточно малыми, можно пренебречь зависимостью от температуры теплофизических свойств материалов и использовать для описания

поведения температурного поля в процессе индукционного нагрева линейное уравнение следующего вида [2, 70, 31]:

$$\frac{\partial \Theta(x, t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \Theta(x, t)}{\partial x} \right) + \frac{1}{c\gamma} F(x, t); \quad (2.12)$$

$$x_0 < x < x_R, \quad 0 < t \leq t_k,$$

с краевыми условиями:

$$\Theta(x, 0) = \Theta_0(x); \quad x \in [x_0, x_R]; \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \Theta(x_0, t)}{\partial x} = 0;$$

$$\lambda \frac{\partial \Theta(x_R, t)}{\partial x} = \alpha(\Theta_{cp} - \Theta(x_R, t)) + \sigma_{CB} \epsilon_{cm} ((\Theta_{cp}^4 - \Theta^4(x_R, t))); \quad (2.14)$$

$$0 < t \leq t_k,$$

где Θ_{cp} – температура окружающей среды, λ – коэффициент теплопроводности, c – удельная теплоемкость, γ – плотность, $a = \lambda / c\gamma$ – температуропроводность, α – коэффициент теплообмена, σ_{CB} – постоянная Стефана-Больцмана, ϵ_{cm} – степень черноты стали.

Мощность внутренних источников тепла $F(x, t)$ в выражении (2.14) для случая симметричного нагрева цилиндра бесконечной длины можно представить в виде следующего выражения:

$$F(x, t) = W(x) F^*(t), \quad (2.15)$$

где $F^*(t)$ – сосредоточенное управление интенсивностью внутренних источников тепла, а функция $W(x)$ описывает пространственное распределение внутренних источников тепла:

$$W(x) = \hat{\xi} \frac{ber'^2 \hat{\xi} x / R + bei^2 \hat{\xi} x / R}{2(ber \hat{\xi} ber' \hat{\xi} + bei \hat{\xi} bei' \hat{\xi})}, \quad (2.16)$$

где $\hat{\xi} = R \sqrt{2\pi f \mu_a \sigma}$, f – частота питающего индуктор тока, μ_a – абсолютная магнитная проницаемость, σ – удельная электропроводность, ber и bei – функции Кельвина.

В качестве характерного квадратичного критерия оптимальности рассмотрим функционал качества следующего вида:

$$I = \int_0^{t_K} S dt \rightarrow \min, \quad (2.17)$$

где S - аддитивная свертка типовых показателей качества процесса индукционного нагрева [2, 70], являющихся критериями точности и минимизации энергетических затрат, определяется в следующем виде:

$$S = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \omega_1(x, \xi) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi + \omega_2 \int_{x_0}^{x_R} F^2(x, t) dx. \quad (2.18)$$

Минимизируемая функция (2.18) представляет собой взвешенную сумму интегральных квадратичных ошибок приближения температурного поля на всем протяжении процесса управления к невозмущенному состоянию $\Theta(x, t) - \Theta_{mp} = 0$ и энергетических затрат, оцениваемых величиной интеграла от квадрата управляющего воздействия по области его определения, и $\omega_1(x, \xi)$, ω_2 - весовые коэффициенты. Входящие в минимизируемую функцию (2.18) типовые критерии являются конфликтующими, поскольку они не могут одновременно достигать экстремальных значений, что и обуславливает формулировку рассматриваемой задачи как задачи векторной оптимизации [61].

В критерии (2.17) уже содержится требование к конечному состоянию системы и, следовательно, описываемая задача представляет собой задачу со свободным правым концом траектории, что снимает существенные затруднения, связанные с достижением требуемых пространственных распределений температурного поля в конце процесса нагрева [2, 70].

В исследуемом случае можно пренебречь ограничениями на поведение температурного поля заготовки $\Theta(x, t)$, в связи с тем, что его отклонения от требуемого значения Θ_{mp} малы и минимизация этих отклонений входит в критерий оптимальности, а также полагая, что малым отклонениям $\Theta(x, t) - \Theta_{mp}$ соответствуют относительно малые изменения управляющего воздействия $F(x, t)$, можно считать, что при оптимальном управлении не достигаются ограничения на управляющие воздействия $F(x, t)$ [2, 70].

Исходя из сказанного, можно сформулировать следующую задачу: для объекта, описываемого уравнением (2.12) с краевыми условиями (2.13), (2.14)

требуется найти алгоритм управления с обратной связью $F^*(\Theta_M, x, t)$, обеспечивающий минимум критерия оптимальности (2.17) без учета ограничений на управляющее воздействие и поведение температурного поля.

2.3 Решение задачи поиска оптимального управления процессом индукционного нагрева заготовки в условиях неполного измерения информации

В данном подразделе описана предлагаемая методика решения сформулированной в п. 2.2 задачи АКОР, основанная на методе динамического программирования, основное соотношение которого находится с использованием принципа оптимальности Беллмана. В результате решения задачи АКОР в аналитической форме получен алгоритм оптимального управления в системе с обратной связью при неполном измерении состояния ОРП, обеспечивающий минимум среднеквадратичной интегральной ошибки отклонения радиального распределения температурного поля от заданного при минимальном расходе энергии на процесс управления.

Как уже отмечалось, в реальных условиях можно получить лишь неполную информацию о состоянии ОРП, как правило, путем измерения управляемых величин в некоторых фиксированных точках x_M , $M = \overline{1, s}$, пространственной области $\bar{D}$, занимаемой объектом. Поэтому для построения замкнутых систем управления необходимо либо использовать сложные для реализации наблюдатели состояния, с помощью которых можно лишь с некоторым приближением на основании результатов измерения восстановить выход ОРП, либо использовать обратные связи непосредственно по величинам, получаемым при неполном измерении [68, 70].

Второй способ является более простым для реализации, но при этом необходимо учитывать, что по сосредоточенным сигналам измерения нельзя синтезировать распределенное управляющее воздействие [70].

Поскольку в сформулированной в подразделе 2.2 задаче управляющее воздействие представлено в виде произведения (2.16) изменяющегося во времени сосредоточенного управляющего воздействия $F^*(t)$ и заранее фиксируемой

функции распределения внутреннего управления $W(x)$, можно использовать сосредоточенные сигналы измерения функции состояния системы в отдельных фиксированных точках пространственной области для синтеза внутреннего сосредоточенного управляющего воздействия $F^*(t)$. Таким образом, задача управления процессом индукционного нагрева в первом приближении сводится к регулированию по непосредственно измеряемым температурам без учета поведения температурного поля $\Theta(x,t)$ в неконтролируемых точках $x \in \bar{D}$ [70].

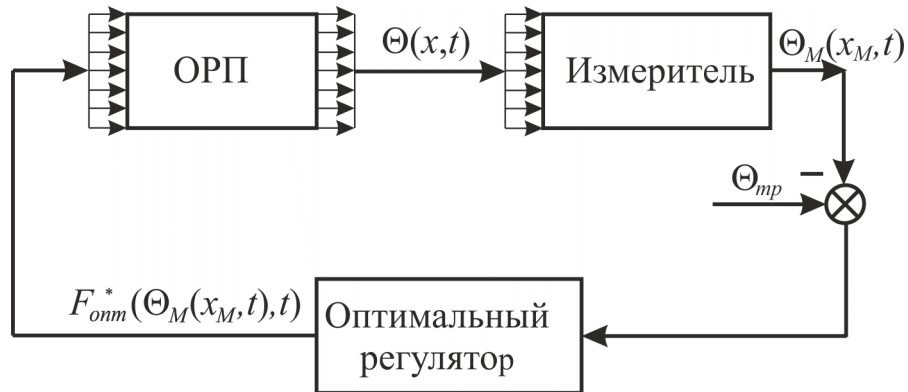


Рисунок 2.4 - Система оптимального управления ОРП с внутренним сосредоточенным управляющим воздействием при неполном измерении управляемой величины

Рассмотрим систему оптимального управления ОРП с измерителем состояния, представленную на рисунке 2.4. В общем случае выход датчика $\Theta_M(x_M,t)$, являющийся результатом измерения управляемой величины $\Theta(x,t)$, описывается пространственно-временной композицией функции Грина измерителя $G_M(x_M,t)$ и $\Theta(x,t)$ следующего вида:

$$\Theta_M(x_M,t) = \int_0^t \int_{x_0}^{x_R} G_M(x_M, x, t - \tau) \Theta(x, \tau) dx d\tau, \quad (2.19)$$

где $x_M \in [x_0, x_R]$ пространственная координата выхода измерителя, τ – временной аргумент выхода измерителя [68, 70].

Если контроль производится с помощью N безынерционных измерителей для N различных значений $x_{Mn} \in [x_0, x_R]$, $n = \overline{1, N}$, то неполное измерение состояния моделируется совокупностью N линейных функционалов вида (2.20):

$$\begin{aligned}\Theta_M(x_{Mn}, t) &= \int_0^t \int_{x_0}^{x_R} G_M^*(x_{Mn}, x) \delta(t - \tau) \Theta(x, \tau) dx d\tau = \\ &= \int_{x_0}^{x_R} G_M^*(x_{Mn}, x) \Theta(x, t) dx, \quad n = \overline{1, N}.\end{aligned}\quad (2.20)$$

Рассмотрим сформулированную выше задачу для наиболее простого для технической реализации случая, когда вся информация о температурном распределении ограничивается сигналом единственного точечного датчика температуры, выходом которого является температура $\Theta_M(x_M, t)$ в одной фиксированной точке заготовки x_M , способ выбора которой будет пояснен в подразделе 3.3. В этом случае сигнал выхода измерителя описывается выражением [70]:

$$\Theta_M(t) = \int_{x_0}^{x_R} G_M(x) \Theta(x, t) dx; \quad (2.21)$$

$$G_M = \delta(x - x_M), \quad (2.22)$$

где $G_M(x) = G_M(x_M, t)$, $\Theta_M(t) = \Theta_M(x_M, t)$.

Алгоритм оптимального управления может быть найден с помощью метода динамического программирования, основное уравнение которого имеет следующий вид:

$$\min_{F^*(t)} \left(\frac{dV}{dt} + S(t) \right) = \left(\frac{dV}{dt} + S(t) \right)_{F^*(t)=F_{opt}^*(t)} = 0, \quad (2.23)$$

где V определяется следующим выражением:

$$V = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) (\Theta_M(t) - \Theta_{mp})^2 dx d\xi, \quad (2.24)$$

здесь $v(x, \xi)$ – подлежащая определению функция пространственных координат [70]. Поскольку $\Theta_M(t)$ – сосредоточенный сигнал, не зависящий от пространственных координат, то (2.24) можно привести к следующему виду:

$$V = (\Theta_M(t) - \Theta_{mp})^2 \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) dx d\xi = Z (\Theta_M(t) - \Theta_{mp})^2, \quad (2.25)$$

$$Z = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \upsilon(x, \xi) dx d\xi.$$

Приведем $(\Theta_M(t) - \Theta_{mp})^2$ в (2.25) с учетом уравнения измерения (2.21) к виду:

$$\begin{aligned} (\Theta_M(t) - \Theta_{mp})^2 &= \int_{x_0}^{x_R} G_M(x) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx \int_{x_0}^{x_R} G_M(\xi) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi = \\ &= \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} G_M(x) G_M(\xi) ((\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})) dx d\xi, \end{aligned} \quad (2.26)$$

и получим вместо (2.26) следующее выражение:

$$V = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} G_M(x) Z G_M(\xi) ((\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})) dx d\xi, \quad (2.27)$$

где

$$\upsilon(x, \xi) = G_M(x) Z G_M(\xi). \quad (2.28)$$

Найдем производную dV/dt , используя выражение (2.27) и уравнение объекта (2.12).

Применяя правило дифференцирования к подынтегральной функции и подставляя производные $\partial\Theta/\partial t$ согласно (2.12), получим:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \upsilon(x, \xi) \left[\frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial t} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) + \right. \\ &\quad \left. + (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \frac{\partial(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})}{\partial t} \right] dx d\xi = \\ &= \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \upsilon(x, \xi) \left[\left(a \frac{\partial^2(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x^2} + \frac{a}{x} \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} + \frac{1}{c\gamma} F(x, t) \right) \times \right. \\ &\quad \times (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) + \\ &\quad \left. + (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \left(a \frac{\partial^2(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})}{\partial \xi^2} + \frac{a}{\xi} \frac{\partial(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})}{\partial \xi} + \frac{1}{c\gamma} F(\xi, t) \right) \right] dx d\xi. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Вычислим сначала интегралы в (2.29), зависящие от производных $(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})$ по пространственным координатам, с помощью интегрирования по частям:

$$\begin{aligned}
& \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \frac{a}{x} v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi = \\
& = \int_{x_0}^{x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \int_{x_0}^{x_R} \frac{a}{x} v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} dx d\xi = \\
& = \int_{x_0}^{x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \left[\frac{a}{x} v(x, \xi) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \Big|_{x=x_0}^{x=x_R} - \right. \\
& \quad \left. - \int_{x_0}^{x_R} \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{a}{x} v(x, \xi) \right) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx \right] d\xi
\end{aligned} \tag{2.30}$$

и

$$\begin{aligned}
& \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} a v(x, \xi) \frac{\partial^2(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x^2} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi = \\
& = \int_{x_0}^{x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \int_{x_0}^{x_R} a v(x, \xi) \frac{\partial^2(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x^2} dx d\xi = \\
& = \int_{x_0}^{x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \left[a v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} \Big|_{x=x_0}^{x=x_R} - \right. \\
& \quad \left. - \int_{x_0}^{x_R} \left(a \left(\frac{\partial}{\partial x} v(x, \xi) \right) \right) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} dx \right] d\xi = \\
& = \int_{x_0}^{x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \left[a v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} \Big|_{x=x_0}^{x=x_R} - \right. \\
& \quad \left. - a \left(\frac{\partial}{\partial x} v(x, \xi) \right) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \Big|_{x=x_0}^{x=x_R} + \right. \\
& \quad \left. + \int_{x_0}^{x_R} a \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} (v(x, \xi)) \right) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx \right] d\xi.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Меняя местами аргументы x и ξ всех функций в (2.30) и (2.31), кроме $v(x, \xi)$, аналогичным образом получим такие же выражения для остальных слагаемых с производными по пространственным координатам в (2.29). В результате будем иметь:

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} = & \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} \left[a \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} v(x, \xi) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{a}{x} v(x, \xi) \right) + \right. \\
& a \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} v(x, \xi) \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{a}{\xi} v(x, \xi) \right) \left. \right] (\Theta(x, t) - \Theta_{mp})(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi + \\
& + \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) \left[(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \frac{1}{c\gamma} F(x, t) + (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \frac{1}{c\gamma} F(\xi, t) \right] dx d\xi + \\
& + \int_{x_0}^{x_R} \left\{ \left[a v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} - a \left(\frac{\partial}{\partial x} v(x, \xi) \right) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{a}{x} v(x, \xi) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \right] \right|_{x=x_0}^{x=x_R} \left. \right\} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi + \\
& + \int_{x_0}^{x_R} \left\{ \left[a v(x, \xi) \frac{\partial(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})}{\partial \xi} - a \left(\frac{\partial}{\partial \xi} v(x, \xi) \right) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{a}{\xi} v(x, \xi) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \right] \right|_{\xi=x_0}^{\xi=x_R} \left. \right\} (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Второе слагаемое V_2 в (2.32) с линейно зависящей от управления подынтегральной функцией преобразуем к более удобному виду, записывая его в виде суммы двукратных интегралов:

$$\begin{aligned}
V_2 = & \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) \left[(\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \frac{1}{c\gamma} F(x, t) + (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \frac{1}{c\gamma} F(\xi, t) \right] dx d\xi = \\
& = \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi dx + \\
& + \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(\xi, t) \int_{x_0}^{x_R} v(x, \xi) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Если ввести здесь одинаковое обозначение η для переменной интегрирования во внутренних интегралах обоих слагаемых (2.33), а затем одинаковое обозначение x для переменной интегрирования во внешних интегралах, получим вместо (2.33):

$$\begin{aligned}
V_2 &= \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \int_{x_0}^{x_R} v(x, \eta) (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta dx \\
&+ \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \int_{x_0}^{x_R} v(\eta, x) (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta dx = \\
&= \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \left\{ \int_{x_0}^{x_R} [v(x, \eta) + v(\eta, x)] (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right\} dx.
\end{aligned} \tag{2.34}$$

Таким образом, выражение (2.32) для производной dV/dt приобретает следующий окончательный вид:

$$\begin{aligned}
\frac{dV}{dt} &= \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} L(v) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi dx + V_3 + V_4 + \\
&+ \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \left[\int_{x_0}^{x_R} [v(x, \eta) + v(\eta, x)] (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right] dx,
\end{aligned} \tag{2.35}$$

где

$$L(v) = a \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} v(x, \xi) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{a}{x} v(x, \xi) \right) + a \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} v(x, \xi) \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{a}{\xi} v(x, \xi) \right); \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned}
V_3 &= \int_{x_0}^{x_R} \left\{ \left[a v(x, \xi) \frac{\partial (\Theta(x, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} - a \left(\frac{\partial}{\partial x} v(x, \xi) \right) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) + \right. \right. \\
&\left. \left. + \frac{a}{x} v(x, \xi) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) \right] \right\}_{x=x_0}^{x=x_R} (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi;
\end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned}
V_4 &= \int_{x_0}^{x_R} \left\{ \left[a v(x, \xi) \frac{\partial (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp})}{\partial \xi} - a \left(\frac{\partial}{\partial \xi} v(x, \xi) \right) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) + \right. \right. \\
&\left. \left. + \frac{a}{\xi} v(x, \xi) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) \right] \right\}_{\xi=x_0}^{\xi=x_R} (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) dx.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

Найдем далее сумму $K=(dV/dt)+S$ в уравнении динамического программирования (2.23) с учетом выражения (2.35):

$$\begin{aligned}
K = \frac{dV}{dt} + S = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} (L(v) + \omega_1(x, \xi)) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi dx + V_3 + V_4 + \\
+ \frac{1}{c\gamma} \int_{x_0}^{x_R} F(x, t) \left[\int_{x_0}^{x_R} [v(x, \eta) + v(\eta, x)] (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right] dx + \int_{x_0}^{x_R} \omega_2 F^2(x, t) dx
\end{aligned} \quad (2.39)$$

Оптимальное управление находится из условия минимизации K по F , которое без учета ограничений на управляющие воздействия сводится к равенству:

$$\frac{\partial K}{\partial F} = 0. \quad (2.40)$$

Выражение (2.39) определяет в явной форме простые квадратичные зависимости от F своих составляющих K_F :

$$\begin{aligned}
K_F = \int_{x_0}^{x_R} \left\{ \omega_2 F^{*2}(t) W^2(x) + \frac{1}{c\gamma} F^*(t) W(x) \times \right. \\
\left. \times \int_{x_0}^{x_R} [v(x, \eta) + v(\eta, x)] (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right\} dx.
\end{aligned} \quad (2.41)$$

Условия достижения минимума K по F на оптимальной траектории (2.23) сводятся в отсутствии ограничений на управляющие воздействия к равенствам нулю производных

$$\left(\frac{\partial K_F}{\partial F} \right)_{F=F^*} = 0 ; \text{ для всех } t \in (0, t_K), \quad (2.42)$$

которые в соответствии с (2.41) приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned}
& \int_{x_0}^{x_R} \left\{ 2\omega_2 \frac{1}{(c\gamma)^2} F^*(t) W^2(x) + \right. \\
& \left. + \frac{1}{c\gamma} W(x) \int_{x_0}^{x_R} [v(x, \eta) + v(\eta, x)] (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right\} dx = 0; \\
& t \in (0, t_K).
\end{aligned} \quad (2.43)$$

Отсюда с учетом (2.22) непосредственно получаем алгоритмы оптимального управления в искомой форме закона обратной связи по управляемой функции состояния (уравнения регулятора):

$$\begin{aligned}
 F_{onm}^*(\Theta_M, t) = & - \left(1 / 2\omega_2 c\gamma \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) \int_{x_0}^{x_R} W(x) \times \\
 & \times \left[\int_{x_0}^{x_R} (v(x, \eta) + v(\eta, x)) (\Theta(\eta, t) - \Theta_{mp}) d\eta \right] dx = \\
 & = - \left(Z / c\gamma\omega_2 \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) (\Theta_M(t) - \Theta_{mp}) W(x_M).
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Используя условие равенства нулю F_{onm}^* в (2.23)

$$\min_F K(F^*) = K(F_{onm}^*) = 0, \quad t \in (0, t_\kappa), \tag{2.45}$$

найдем весовой множитель $\omega_1(x, \xi)$, для которого можно обеспечить определяющее равенство (2.28) при $Z = \text{const} \neq 0$.

В соответствии с (2.44) $K_F(F_{onm}^*)$ в (2.41) можно записать следующим образом:

$$K_F(F_{onm}^*) = -\omega_2 \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \cdot F_{onm}^{*2}(\Theta_M(t), t). \tag{2.46}$$

После преобразований с учетом (2.46) выражение (2.39) примет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 K(F^*) = & \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} (L(v) + \omega_1(x, \xi)) (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) d\xi dx + \\
 & + V_3 + V_4 + K_F(F^*) = \int_{x_0}^{x_R} \int_{x_0}^{x_R} L(v) + \omega_1(x, \xi) - \left(1 / 4\omega_2 (c\gamma)^2 \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) \times \\
 & \times \left\{ \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, x) + v(x, \eta)] d\eta \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, \xi) + v(\xi, \eta)] d\eta \right\} \times \\
 & \times (\Theta(x, t) - \Theta_{mp}) (\Theta(\xi, t) - \Theta_{mp}) dx d\xi + V_3 + V_4.
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Если на координату точки измерения наложить ограничения следующего вида:

$$x_0 < x_M < x_R, \quad (2.48)$$

то с учетом граничных условий (2.14) и выражений (2.28) и (2.22), можно показать, что два последних слагаемых в (2.47) равны нулю.

Запишем выражение (2.37) в развернутой форме:

$$\begin{aligned} V_3 = \int_{x_0}^{x_R} & \left\{ \left[a v(x_R, \xi) \frac{\partial(\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} - a(\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp}) \frac{\partial v(x_R, \xi)}{\partial x} + \right. \right. \\ & + \frac{a}{x_R} v(x_R, \xi) (\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp}) - a v(x_0, \xi) \frac{\partial(\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} + \\ & \left. \left. + a \frac{\partial v(x_0, \xi)}{\partial x} (\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp}) - \frac{a}{x_0} v(x_0, \xi) (\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp}) \right] \Theta(\xi, t) - \Theta_{mp} \right\} d\xi; \end{aligned} \quad (2.49)$$

С учетом (2.28) и (2.22) проинтегрируем выражение (2.49) и перепишем его в следующем виде [1, 41]:

$$\begin{aligned} V_3 = & aZ\delta(x_R - x_M)\Theta(x_M, t) - \Theta_{req}) \times \\ & \times \left(\frac{\partial(\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} + \frac{(\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp})}{(x_R - x_M)} + \frac{a}{x_R} (\Theta(x_R, t) - \Theta_{mp}) \right) + \\ & + aZ\delta(x_0 - x_M)\Theta(x_M, t) - \Theta_{req}) \times \\ & \times \left(\frac{\partial(\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp})}{\partial x} + \frac{(\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp})}{(x_0 - x_M)} + \frac{a}{x_0} (\Theta(x_0, t) - \Theta_{mp}) \right). \end{aligned} \quad (2.50)$$

Так как при $x \neq x_M$ $\delta(x_R - x_M) = 0$ и $\lim_{x \rightarrow 0} (\delta(x - x_M)/x) = 0$, то $V_3 = 0$; аналогично можно доказать, что и $V_4 = 0$.

Таким образом, равенство (2.45) для всех $t \in (0, t_k)$ обеспечивается равенством нулю подынтегральной функции в фигурных скобках выражения (2.47):

$$\begin{aligned} & L(v) + \omega_1(x, \xi) - \left(\frac{1}{4\omega_2(c\gamma)^2} \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) \times \\ & \times \left\{ \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, x) + v(x, \eta)] d\eta \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, \xi) + v(\xi, \eta)] d\eta \right\} = 0. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Разрешив (2.51) относительно $\omega_1(x, \xi)$ с учетом (2.28) и (2.36), после преобразований получим:

$$\begin{aligned}
\omega_1(x, \xi) = & \left(\frac{1}{4\omega_2(c\gamma)^2} \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) \times \\
& \times \left\{ \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, x) + v(x, \eta)] d\eta \int_{x_0}^{x_R} W(\eta) [v(\eta, \xi) + v(\xi, \eta)] d\eta \right\} - L(v) = \\
& = \left(\frac{Z^2}{\omega_2(c\gamma)^2} \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx \right) \left(W^2(x_M) \delta(x - x_M) \delta(\xi - x_M) \right) - \\
& - Z \left[\delta(\xi - x_M) \left(a \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta(x - x_M) - \frac{\partial}{\partial x} \frac{a}{x} \delta(x - x_M) \right) + \right. \\
& \left. + \delta(x - x_M) \left(a \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \delta(\xi - x_M) - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{a}{\xi} \delta(\xi - x_M) \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Подставив полученное выражение для $\omega_1(x, \xi)$ в (2.18), после преобразований с учетом формулы [1]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \frac{d^{(n)}}{dx^{(n)}} \delta(x - s) dx = (-1)^n \frac{d^{(n)}}{dx^{(n)}} f(s), \tag{2.53}$$

получим выражение следующего вида:

$$\begin{aligned}
S(t) = & \omega^* (\Theta(x_M, t) - \Theta_{mp})^2 + \frac{Z^2 W^2(x_M)}{\omega^* (c\gamma)^2 \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx} F^{*2}(t) \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx - \\
& - 2Z (\Theta(x_M, t) - \Theta_{mp}) \left(a \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\Theta(x_M, t) - \Theta_{mp}) + \frac{a}{x_M} \frac{\partial}{\partial x} (\Theta(x_M, t) - \Theta_{mp}) \right),
\end{aligned} \tag{2.54}$$

где ω^* - нормированный весовой коэффициент, определяемый следующим выражением:

$$\omega^* = \frac{Z^2 W^2(x_M)}{\omega_2(c\gamma)^2 \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx}. \tag{2.55}$$

Преобразовав выражение (2.17) с учетом (2.54) и (2.44), можно получить выражение, определяющее значение критерия (2.17) при оптимальном управлении:

$$I = \int_0^{t_k} S(t)dt = Z(\Theta(x_M, 0) - \Theta_{mp})^2 - Z(\Theta(x_M, t_k) - \Theta_{mp})^2. \quad (2.56)$$

2.4 Основные результаты и выводы

1. Процесс индукционного нагрева металлических заготовок перед операциями пластического формоизменения рассмотрен как объект управления с распределенными параметрами. Показано, что при решении задач оптимального управления процессом индукционного нагрева металлических заготовок для каждого конкретного технологического процесса необходимо сформулировать требования к желаемому конечному состоянию, выбрать надлежащий критерий оптимальности, адекватную модель для описания процесса, учесть существующие ограничения на управляющее воздействие и управляемую величину. Кроме того, при постановке ЗОУ ПИНМ принципиально необходимо учитывать возмущения, которые оказывают негативное влияние на температурное поле заготовки, что может приводить к значительным потерям качества процессов управления или даже к результатам, не удовлетворяющим технологическим требованиям.

2. Рассмотрена постановка задачи синтеза алгоритма оптимального управления ПИНМ в замкнутой системе стабилизации температурного поля цилиндрической заготовки относительно заданного равномерного радиального распределения. Задача поиска алгоритма управления сформулирована как задача векторной оптимизации с критерием в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки приближения температурного поля к заданному распределению и энергетических затрат на реализацию процесса управления.

3. Задача синтеза алгоритма оптимального управления рассматривается в условиях всегда неполного измерения состояния ОРП, когда вся доступная информация об управляемой функции состояния, в качестве которой выступает температурное распределение по радиусу нагреваемой заготовки, исчерпывается значением температуры, измеряемой в одной точке заготовки с фиксированной координатой.

4. По общей схеме метода динамического программирования в сформулированной задаче аналитического конструирования регулятора найден алгоритм оптимального управления температурным полем стальной цилиндрической заготовки в процессе периодического индукционного нагрева, описываемого уравнением Фурье с нелинейными граничными условиями при неполном измерении управляемой функции состояния. Использование одномерной линейной модели процесса нагрева на этапе формулировки и аналитического решения задачи синтеза позволило получить алгоритм оптимального управления в форме явной зависимости от сигнала обратной связи по температуре в одной точке измерения.

5. Определено выражение для расчета критерия оптимальности при найденном алгоритме оптимального управления процессом индукционного нагрева в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек заготовки.

3 СИНТЕЗ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССОМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА СТАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗАГОТОВКИ

Данная глава посвящена разработке проблемно-ориентированных нелинейных численных моделей взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок и исследованию температурных режимов индукционного нагрева в оптимальных системах с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек заготовки. Анализируются полученные результаты, и приводится обоснование их практической применимости при построении автоматических замкнутых систем управления температурными режимами индукционного нагрева в условиях неполного объема информации об управляемом технологическом процессе.

3.1 Базовая электротепловая модель процесса индукционного нагрева

Процесс индукционного нагрева описывается в общем случае нелинейной системой уравнений Максвелла и Фурье для электромагнитного и теплового полей соответственно [16, 53]

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}; \quad (3.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (3.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad (3.3)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0; \quad (3.4)$$

$$c(\Theta)\gamma(\Theta)\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda(\Theta)\operatorname{grad} \Theta) - c(\Theta)\gamma(\Theta)\mathbf{V} \operatorname{grad} \Theta - \operatorname{div}[\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}]. \quad (3.5)$$

Здесь $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля; $\mathbf{D}$ – вектор электрической индукции (электрического смещения); $\mathbf{B}$ – вектор магнитной индукции; $\mathbf{H}$ – вектор напряженности магнитного поля; $\mathbf{J}$ – плотность тока проводимости; t – время, Θ –

температурное поле, $c(\Theta)$, $\lambda(\Theta)$, $\gamma(\Theta)$ - удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и плотность нагреваемого металла, $\mathbf{V}$ - вектор скорости перемещения заготовки.

Из уравнения (3.1) следует, что источниками величины $\text{rot}\mathbf{H}$ являются токи проводимости и (или) токи смещения, т.е. магнитное поле возникает только при наличии электрического тока в близлежащих объектах. Применительно к процессу индукционного нагрева это означает, что включение индуктора в сеть с переменным напряжением влечет за собой появление переменного тока в обмотке индуктора, который, согласно уравнению (3.1), создает в окрестностях индуктора переменное магнитное поле с частотой равной частоте источника питания. Напряженность магнитного поля зависит от величины тока в обмотке индуктора, ее геометрии и расстояния до нее.

В соответствии с уравнением (3.2) изменение во времени магнитной индукции является причиной появления индуцированных токов в окрестностях магнитного поля, причем индуцированные токи имеют такую же частоту, что и напряжение источника питания, однако имеют противоположное направление току в индукторе, что определяется знаком «минус». Согласно уравнению (3.1), переменные вихревые токи, индуцируемые в заготовке, создают собственное магнитное поле, направленное встречно к полю обмотки. Общее магнитное поле индуктора является алгебраической суммой основного магнитного поля обмотки и индуцируемого поля заготовки.

Из уравнения (3.1) видно, что помимо полезного эффекта имеет место нагрев различных токопроводящих деталей, расположенных вблизи обмотки индуктора.

Согласно уравнениям (3.3) и (3.4), дивергенции векторов $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$ равны нулю, и, следовательно, в магнитном и электрическом полях отсутствуют источники этих факторов, линии поля не имеют точек, где они начинаются или заканчиваются, и, следовательно, они везде приобретают форму замкнутого непрерывного контура.

Описанные выше уравнения Максвелла (3.1) - (3.3) образуют незамкнутую систему, поскольку неизвестных больше чем уравнений. Поэтому для получения однозначного решения системы уравнений Максвелла относительно всех неизвестных, число которых превышает число уравнений, необходимо дополнить эту систему следующими базовыми соотношениями, выполняющимися в линейных изотропных средах [88, 107]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}; \quad (3.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}; \quad (3.7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (3.8)$$

где μ_0 - магнитная постоянная, μ - относительная магнитная проницаемость материала, ε_0 - электрическая постоянная, ε - относительная диэлектрическая проницаемость материала.

С учетом (3.6) и (3.8), уравнение (3.1) принимает следующий вид:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \frac{\partial(\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E})}{\partial t}. \quad (3.9)$$

При математическом описании процесса индукционного нагрева металлических заготовок с частотой питающего тока меньше, чем 100 МГц, можно пренебречь плотностью тока смещения. Тогда вместо (3.9) получим более простое соотношение:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E}. \quad (3.10)$$

Из (3.9) с учетом (3.2) и (3.6) получаем уравнение следующего вида:

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{H} \right) = -\mu \mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (3.11)$$

Исходная система уравнений (3.6) - (3.8), (3.11) для осесимметричной нелинейной двумерной модели взаимосвязанных электромагнитного и температурного полей в процессе периодического индукционного нагрева цилиндрической заготовки конечной длины будет иметь следующий вид:

$$\mu_0 \frac{\partial(\mu(H(x,l,t), \Theta)H(x,l,t))}{\partial t} - \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(l \frac{1}{\sigma(\Theta)} \frac{\partial H(x,l,t)}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\sigma(\Theta)} \frac{\partial H(x,l,t)}{\partial l} \right) = 0; \quad (3.12)$$

$$c(\Theta)\gamma(\Theta) \frac{\partial \Theta(x,l,t)}{\partial t} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(\Theta)x \frac{\partial \Theta(x,l,t)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda(\Theta) \frac{\partial \Theta(x,l,t)}{\partial l} \right) + \text{div}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] \quad (3.13)$$

$$0 < x < R; 0 < l < L; 0 < t \leq t_k$$

с краевыми условиями:

$$\frac{\partial H(0,l,t)}{\partial x} = 0; H(R,l,t) = H_L; H(x,0,t) = H_{R1}; H(x,L,t) = H_{R2}. \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial \Theta(0,l,t)}{\partial x} = 0;$$

$$\lambda(\Theta) \frac{\partial \Theta(R,l,t)}{\partial x} = -\alpha(\Theta)(\Theta_{cp} - \Theta(R,l,t)) + \sigma_{SB}\epsilon_{cm} \left((\Theta_{cp}^4 - \Theta^4(R,l,t)) \right);$$

$$\lambda(\Theta) \frac{\partial \Theta(x,0,t)}{\partial l} = \alpha(\Theta)(\Theta_{cp} - \Theta(x,0,t)) + \sigma_{SB}\epsilon_{cm} \left((\Theta_{cp}^4 - \Theta^4(x,0,t)) \right); \quad (3.15)$$

$$\lambda(\Theta) \frac{\partial \Theta(x,L,t)}{\partial y} = -\alpha(\Theta)(\Theta_{cp} - \Theta(x,L,t)) + \sigma_{SB}\epsilon_{cm} \left((\Theta_{cp}^4 - \Theta^4(x,L,t)) \right);$$

$$\Theta(x,l,0) = \Theta_0(x,l); \quad x \in [0, R]; \quad l \in [0, L],$$

где x - радиальная, l - осевая пространственные координаты; L - длина цилиндра, R - радиус, $\Theta_0(x, l)$ - начальное распределение температуры по объему заготовки, Θ_{amb} - температура окружающей среды, σ_{SB} - постоянная Стефана Больцмана.

Уравнения (3.12), (3.13) описывают поведение электромагнитного и температурного поля в процессе индукционного нагрева соответственно.

Нагрев происходит за счет внутренних источников тепла, возбуждаемых индуцируемыми в заготовке вихревыми токами. Удельная мощность тепловыделения на единицу объема нагреваемого тела может быть найдена путем расчета передаваемой в заготовку энергии электромагнитного поля [88, 107].

$$F = -\text{div}[\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}]. \quad (3.16)$$

Рассмотренная нелинейная двумерная математическая модель позволяет получить удовлетворительное по точности описание процессов индукционного

нагрева за счет учета зависимости теплофизических и электромагнитных свойств материала заготовки от температуры, неравномерности распределения магнитного поля и сложного характера теплообмена с окружающей средой.

3.2 Численное моделирование процессов индукционного нагрева

3.2.1 Численные методы моделирования электромагнитных и тепловых явлений

Решение системы взаимосвязанных нелинейных уравнений Максвелла и Фурье (3.1) - (3.5) с удовлетворительной точностью возможно только численными методами с использованием современных цифровых электротепловых моделей процесса индукционного нагрева. К настоящему времени численное моделирование электромагнитных и тепловых явлений стало важным компонентом для исследования и проектирования систем индукционного нагрева. Специализированное программное обеспечение, ориентированное на моделирование электротепловых полей, позволяет получить качественное описание технологического процесса индукционного нагрева при решении широкого круга прикладных задач оптимизации. Современные программные средства позволяют создавать трехмерные модели электромагнитно-тепловых систем со сложной геометрией, с постоянным и переменным током, при стационарных и переходных режимах работы, для магнитных и немагнитных проводящих сред [59, 75, 100].

В процессе решения задач численными методами могут возникать погрешности, искажающие результаты вычислений. Основными причинами возникновения погрешностей являются следующие:

- невозможность учета математической моделью всех явлений, происходящих в исследуемом процессе;
- невозможность точного априорного определения всех необходимых исходных данных;
- дискретная форма представления величин, имеющих непрерывный характер изменения во временной и пространственной областях.

В отличие от первых двух видов погрешностей, которые являются неустранимыми, погрешность, вызванную дискретную формой представления, можно уменьшить, изменяя, например, шаг интегрирования и количество членов усеченного ряда. Уменьшение этого типа погрешностей имеет смысл только до тех пор, пока она больше наименьшей неустранимой погрешности, дальнейшее уменьшение приводит к усложнению и увеличению времени расчетов, и не повышает их точность [87].

Для получения достоверных результатов с использованием численных методов одинаково важно уделять внимание и точности реализации численных процедур, и адекватности описания физических основ рассматриваемого процесса [92].

В настоящее время среди численных методов расчета электромагнитных и тепловых полей, наибольшее распространение получили метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ), метод граничных элементов (МГЭ) и гибридный метод.

Первым из перечисленных был разработан метод конечных разностей (метод сеток). Основная идея метода заключается в замене непрерывной области пространственных координат конечным множеством точек с заданными координатами, совокупность которых называется сеткой, а каждая точка - узлом сетки. Частные производные в исходном уравнении объекта заменяются соответствующими конечно-разностными аппроксимациями на конечно-разностной сетке. В результате вместо дифференциальных уравнений объекта и граничных условий получается система алгебраических уравнений, точность решения которой возрастает при уменьшении шага сетки, т.е. расстояния между узлами. Матрица коэффициентов полученной системы является диагональной, что позволяет сравнительно легко решить данную систему итерационными методами. Для хранения слабозаполненных матриц необходимо применять специальные методы хранения: методы, основанные на приведении матрицы к ленточному виду, методы факторизации и др. Основной недостаток МКР

заключается в трудоемкости его применения для расчета криволинейных областей неправильной формы [107, 94, 95].

Метод конечных элементов представляет собой численную процедуру преобразования уравнений в частных производных в набор линейных алгебраических уравнений для получения приближенных решений граничных задач математической физики. Впервые предложенный в Р. Курантом в 1943 г. метод конечных элементов сначала применялся для решения проблем структурного анализа. В настоящее время метод конечных элементов получил широкое распространение и применяется при решении различных инженерных и математических задач, в том числе, в области теплопроводности и электромагнетизма [98]. При использовании МКЭ область делится на плоские или объемные элементы (конечные элементы) в зависимости от размерности задачи. В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Приближенное решение состоит из набора линейно-независимых базисных функций и соответствующего числа изначально неопределенных параметров. Эти параметры представляют собой значение самой функции, которое она принимает в определенных точках конечного элемента, так называемых узловых точках. Область должна быть заполнена конечными элементами таким образом, чтобы каждый узел на границе конечного элемента совпадал с узлами соседних элементов, благодаря чему значение функций также должно совпадать. Вместе с граничными условиями получается система уравнений, позволяющая определить значение функции в узловых точках, для решения которой применяется метод взвешенных невязок, как правило, в виде метода Галеркина, либо - при наличии вариационного интеграла - метод Рэлея-Ритца [101]. Метод конечных элементов применим для решения нелинейных задач для тел с криволинейными областями неправильной формы.

Метод конечных элементов обладает следующими достоинствами:

- универсальность применения при решении технических задач;
- возможность моделирования криволинейных областей неправильной формы;

- применимость при решении нелинейных задач;
- возможность получения устойчивого решения требуемой точности.

Существенный недостаток МКЭ и МКР заключается в том, что они неприменимы для задач, связанных с бесконечными областями, которые включают внешние краевые задачи Дирихле или Неймана [101].

Проблема с бесконечными областями может быть решена с помощью метода граничных элементов, для которого различия между конечными или бесконечными областями несущественны. При использовании метода граничных элементов сначала производят преобразование дифференциальных уравнений в эквивалентную систему интегральных уравнений. Такая операция позволяет перейти к аппроксимирующей системе алгебраических уравнений, используя дискретизацию лишь границы области изменения пространственных переменных. Это обеспечивает существенное сокращение числа дискретных элементов по сравнению с МКЭ, и, следовательно, снижение порядка системы алгебраических уравнений, которую необходимо решить для получения окончательного решения [6]. По сравнению с МКЭ, при использовании МГЭ требуются меньшее время для подготовки данных и меньшие требуемые память ЭВМ и время счета. К недостаткам метода можно отнести его сложность и низкая эффективность при решении нелинейных задач [94].

Для устранения недостатков МКЭ и МГЭ был разработан гибридный метод. Преимущество этого метода в том, что все нелинейные области могут быть представлены конечными элементами, а пространство между объектами и внешней областью может быть представлено интегральными уравнениями. Гибридный метод эффективен для решения сложных нелинейных задач, однако, сложность для реализации препятствует его широкому распространению.

3.2.2 Программные средства для моделирования процесса индукционного нагрева

В настоящее время существует большое количество программных продуктов для численного моделирования процесса индукционного нагрева,

описываемого системой уравнений (3.1) - (3.5), обладающих достаточными вычислительными средствами для выполнения качественного моделирования систем индукционного нагрева различного уровня сложности. Применение программного обеспечения CAE (Computer Aids Engineering) для разработки высокоточных моделей поведения взаимосвязанных электромагнитных и тепловых полей, позволяет без значительных временных и материальных затрат проводить исследование процесса индукционного нагрева, а также значительно упрощает проектирование и поиск оптимальных режимов эксплуатации оборудования.

Таблица 3.1 – Программное обеспечение для моделирования процесса индукционного нагрева

Программный продукт	Тип ПО	Компания-разработчик
ANSYS	многофункциональное	Ansys, Inc. (www.ansys.com)
COMSOL Multiphysics	многофункциональное	The COMSOL Group (www.comsol.com)
SIMULIA/Abaqus	многофункциональное	Dassault Systemes (www.3ds.com)
Elmer	многофункциональное	CSC – IT Center for Science Ltd. (www.csc.fi/web/elmer)
ELCUT (QuickField)	многофункциональное	ООО «Топ» (www.elcut.ru)
FLUX	специализированное	Altair Engineering (www.altairhyperworks.com)
ThermNet, MagNet, ElecNet	специализированное	Mentor, a Siemens Business (www.mentor.com)
KAVIN, Oersted, Inducto 2D, Celsius, Faraday	специализированное	Integrated Engineering Software (www.integratedsoft.com)

Программные средства для численного моделирования можно условно разделить на 2 группы: многофункциональные и специализированные. Первые обладают большими возможностями, однако обычно они не только сложны в освоении, но и требуют существенных финансовых затрат. Специализированные средства обычно менее дорогостоящи и проще для освоения, однако, их применение ограничивается узким классом задач. Основные производители данных программных продуктов представлены в таблице 3.1.

За исключением программных продуктов компании Infolytica Corporation, использующих МГЭ и гибридные методы, указанные в таблице 3.1. программные продукты моделируют процессы, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных, с использованием метода конечных элементов.

Мультифизичный многофункциональный программный пакет ANSYS позволяет проводить анализ физических полей, поведение которых описывается дифференциальными уравнениями в частных производных. Многоцелевая направленность программного комплекса ANSYS позволяет использовать одну модель для решения совместной электромагнитно-тепловой задачи. В программе имеется набор средств, которые позволяют учитывать нелинейное изменение свойств металла в процессе нагрева [30]. Преимуществом ANSYS перед другими программными пакетами является наличие встроенного языка программирования APDL, который значительно расширяет возможности данного программного пакета, позволяя совместно решать задачи различной физической природы независимо от предложенной фирмой-производителем стандартной конфигурации физических модулей [110].

COMSOL Multiphysics — это интерактивная среда для моделирования различных физических явлений, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных. COMSOL Multiphysics позволяет решать, как одно дифференциальное уравнение, так и несколько взаимосвязанных дифференциальных уравнений, моделирующих взаимосвязанные физические процессы. Кроме того, пакет позволяет учитывать нелинейные зависимости физических свойств от времени, температуры и других факторов [113].

Программный комплекс ABAQUS ориентирован на решение сложных задач с учетом всех видов нелинейностей, а также на проведение мультифизического статического и динамического анализа в рамках единого алгоритма [19].

Elmer - это программный пакет с открытым исходным кодом с модульной структурой. Каждый модуль может выполнять вычисления и манипулировать данными на заданной сетке. Elmer содержит модули для решения

электромагнитных, термических, жидкостных и структурных механических и других задач. Модульная структура позволяет выполнить сопряженное моделирование электромагнитных и тепловых явлений [114]. Elmer поддерживает параллельные вычисления с MPI, что позволяет решать ресурсоемкие задачи 3D-моделирования физических явлений путем разбиения и распараллеливания сетки. К недостаткам Elmer можно отнести слабую техническую поддержку, низкое качество документации, неоптимизированный пользовательский интерфейс.

Программный продукт ELCUT, разработанный российской компанией «ТОР», позволяет проводить анализ различных физических полей и получать решение задачи мультифизического анализа. К достоинствам этого продукта можно отнести дружелюбный пользовательский интерфейс, обширные аналитические возможности, высокую степень автоматизации операций простоту описания моделей [57].

Для моделирования процесса индукционного нагрева с помощью специализированных программных средств, разрабатываемых компанией Infolytica Corporation, необходимо использовать совместно программные продукты MagNet и ThermNet. Преимуществом данных программных средств является наличие дополнения для автоматизированного оптимального проектирования OptiNet [112].

Компания Integrated Engineering Software является разработчиком многих специализированных программных пакетов на основе МГЭ. Моделирование связанных тепловых и электромагнитных полей возможно путем объединения нескольких компонентов в одну программу: Kelvin, Oersted и Inducto используются для решения двумерных задач, Celsius, Faraday - для решения трехмерных задач [111].

Специализированный программный пакет FLUX, принадлежащий компании Altair Engineering, применяется для двух- и трехмерного моделирования электромагнитных и температурных полей. FLUX обладает широким инструментарием для решения инженерных задач в области в области

моделирования, анализа и оптимизации электромагнитных и тепловых технологических процессов и дружелюбным интерфейсом [109].

Проведенный анализ современных программных средств численного моделирования, позволяет сделать вывод о том, что программный пакет ANSYS является наиболее многофункциональным и широко распространённым. Имеется большое количество обучающей литературы, как на английском, так и на русском языках, что существенно облегчает применение программного средства в инженерной практике. Кроме того, встроенный язык программирования позволяет моделировать процесс индукционного нагрева с управляющими воздействиями, зависящими от текущего значения температуры нагреваемой заготовки. Это стало основанием выбора программного комплекса (ПК) ANSYS в качестве программного обеспечения для проведения анализа электромагнитных и тепловых полей в диссертационной работе.

3.3 Синтез замкнутой системы оптимального управления одномерной численной моделью процесса индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок

В данном подразделе в условиях, принятых при постановке задачи упрощений, исследуется разработанный в подразделе 2.3 алгоритм оптимальной стабилизации (2.44) температурных режимов индукционного нагрева в замкнутых системах управления с обратной связью по температуре, измеряемой в одной точке заготовки. Для этого использовалась одномерная численная модель с постоянными значениями теплофизических параметров и нелинейными граничными условиями, полученная путем конечно-разностной аппроксимации дифференциального уравнения объекта (2.12), которое с учетом выражений (2.44) и (2.55), имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \Theta(x, t)}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 \Theta(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \Theta(x, t)}{\partial x} \right) - \frac{\omega^* (\Theta(x_M, t) - \Theta_{mp}) W(x)}{ZW(x_M)}; \quad (3.17)$$

$$x_0 < x < x_R, \quad 0 < t \leq t_k.$$

Метод конечных разностей был выбран для моделирования, так как при создании одномерных моделей МКЭ и МРЭ обеспечивают приблизительно одинаковую точность результатов, при этом МКР является более простым для реализации.

Произведем неявным способом аппроксимацию конечными разностями уравнения (3.17) и получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) следующего вида [44, 77]:

$$A_i \Theta_{i+1}^{n+1} - B_i \Theta_i^{n+1} + C_i \Theta_{i-1}^{n+1} = F_i; \quad i = \overline{1, N_x - 1}, \quad n = \overline{1, N_t - 1}, \quad (3.18)$$

где

$$A_i = \frac{a}{h^2} \frac{x_{i+1} + x_i}{2x_i}; \quad C_i = \frac{a}{h^2} \frac{x_{i-1} + x_i}{2x_i}; \quad B_i = \frac{a}{2x_i h^2} (x_{i-1} + 2x_i + x_{i+1}) + \frac{1}{\tau};$$

$$F_i = -\frac{1}{\tau} \Theta_i^n + \frac{W_i}{c\gamma} \frac{Z W_{i_M}}{\omega_2 c\gamma \int_{x_0}^{x_R} W^2(x) dx} (\Theta_{i_M}^{n+1} - \Theta_{mp}), \quad (3.19)$$

с краевыми условиями

$$\frac{\Theta_2 - \Theta_1}{h} = 0;$$

$$\lambda \frac{\Theta_{N_x} - \Theta_{N_x-1}}{h} = \alpha(\Theta_{cp} - \Theta_{N_x}^{n+1}) + \sigma_{CB} \varepsilon_{cm} (\Theta_{cp}^4 - \Theta_{N_x}^{n+1^4}). \quad (3.20)$$

Уравнения (3.18) представляют собой трехточечные разностные уравнения второго порядка; система таких уравнений имеет трехдиагональную структуру. Для численного решения подобных систем широкое применение получил метод прогонки, представляющий собой модификацию метода последовательного исключения переменных Гаусса.

Допустим, что существуют такие наборы чисел α_i и β_i ($i = \overline{1, N - 1}$), при которых выполняется равенство вида [44]:

$$\Theta_i^{n+1} = \alpha_i \Theta_{i+1}^{n+1} + \beta_i; \quad i = \overline{1, N_x - 1}. \quad (3.21)$$

Уменьшим в (3.21) индекс на единицу, подставим полученное выражение $\Theta_{i-1}^{n+1} = \alpha_{i-1} \Theta_{i+1}^{n+1} + \beta_{i-1}$ в уравнение (3.18) и после преобразований получим выражение:

$$\Theta_i^{n+1} = \frac{A_i}{B_i + C_i \alpha_{i-1}} \Theta_{i+1}^{n+1} + \frac{C_i \beta_{i-1} - F_i}{B_i + C_i \alpha_{i-1}}, \quad (3.22)$$

которое будет точно совпадать с (3.21) при всех $i=2, 3, \dots, N-1$, если выполняются следующие соотношения:

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i + C_i \alpha_{i-1}}; \beta_i = \frac{C_i \beta_{i-1} - F_i}{B_i + C_i \alpha_{i-1}}. \quad (3.23)$$

Для решения соотношений (3.23), представляющих собой нелинейные разностные уравнения первого порядка, необходимо задать начальные значения α_1 и β_1 . Эти начальные значения находим из требования эквивалентности условия (3.21) при $i=1$ левому граничному условию. Таким образом, получаем:

$$\alpha_1 = 1; \beta_1 = 0. \quad (3.24)$$

Нахождение коэффициентов α_i и β_i по формулам (2.52) называется прямой прогонкой [77].

После того, как найдены прогоночные коэффициенты α_i и β_i , по рекуррентной формуле (3.21) последовательно находятся значения $\Theta_{N_x-1}^{n+1}$, $\Theta_{N_x-2}^{n+1}$, ..., Θ_2^{n+1} . Для начала расчета по этой формуле требуется определить из правого граничного условия значение $\Theta_{N_x}^{n+1}$. Поиск Θ_i^{n+1} при $i=N-1, N-2, \dots, 1$ называется обратной прогонкой [44, 78].

Поскольку коэффициент F_i зависит от температуры, на новом временном шаге необходимо воспользоваться методом простой итерации, т.е. на каждом временном шаге необходимо определять температурное поле до тех пор, пока максимальная разность между локальными значениями температуры на текущей и на предыдущей итерациях не будет меньше или равна определенному значению [44]:

$$\max_i |\Theta_i^{s+1} - \Theta_i^s| \leq \varepsilon. \quad (3.25)$$

Аналогичная процедура производится при определении $\Theta_{N_x}^{n+1}$ из правого граничного условия.

Согласно [77, 78] прогонка уравнений будет корректной и устойчивой, если выполняются ограничения:

$$A_i > 0; C_i > 0; B_i \geq A_i + B_i; B_i \geq A_i + C_i; B_i \neq A_i + C_i. \quad (3.26)$$

Решение системы конечно-разностных уравнений (3.18) реализовано в программном пакете MATLAB, предназначенном для научных и инженерных расчетов. Необходимые для решения СЛАУ (3.18) команды и функции реализованы в виде доступных для модификации m-файлов (текстовые файлы с расширением m). Схема решения СЛАУ представлена на рисунках 3.1, 3.2.

В таблице 3.2. приведены параметры процесса, необходимые для решения СЛАУ (3.18).

Таблица 3.2 – Исходные данные для численного решения СЛАУ (3.18)

радиус заготовки, R	0,05 м
коэффициент теплопроводности, λ	28,7 Вт/(м·°C)
плотность, γ	7486 кг/м ³
удельная теплоемкость, c	647 Дж/(кг·°C)
относительная магнитная проницаемость μ	1
удельная электропроводность σ	$8,2 \cdot 10^5$ См/м
постоянная Стефана–Больцмана, σ_{CB}	$5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт·м ⁻² ·К ⁻⁴
температура окружающей среды Θ_{cp}	600°C
требуемая температура Θ_{mp}	1200°C
степень черноты заготовки ε_{cm}	0,7
коэффициент теплообмена α	10 Вт/(м ² ·°C)
коэффициент Z	0,851
нормированный весовой коэффициент ω^*	0,149
число узловых точек N_x	1001
число узловых точек N_t	4801

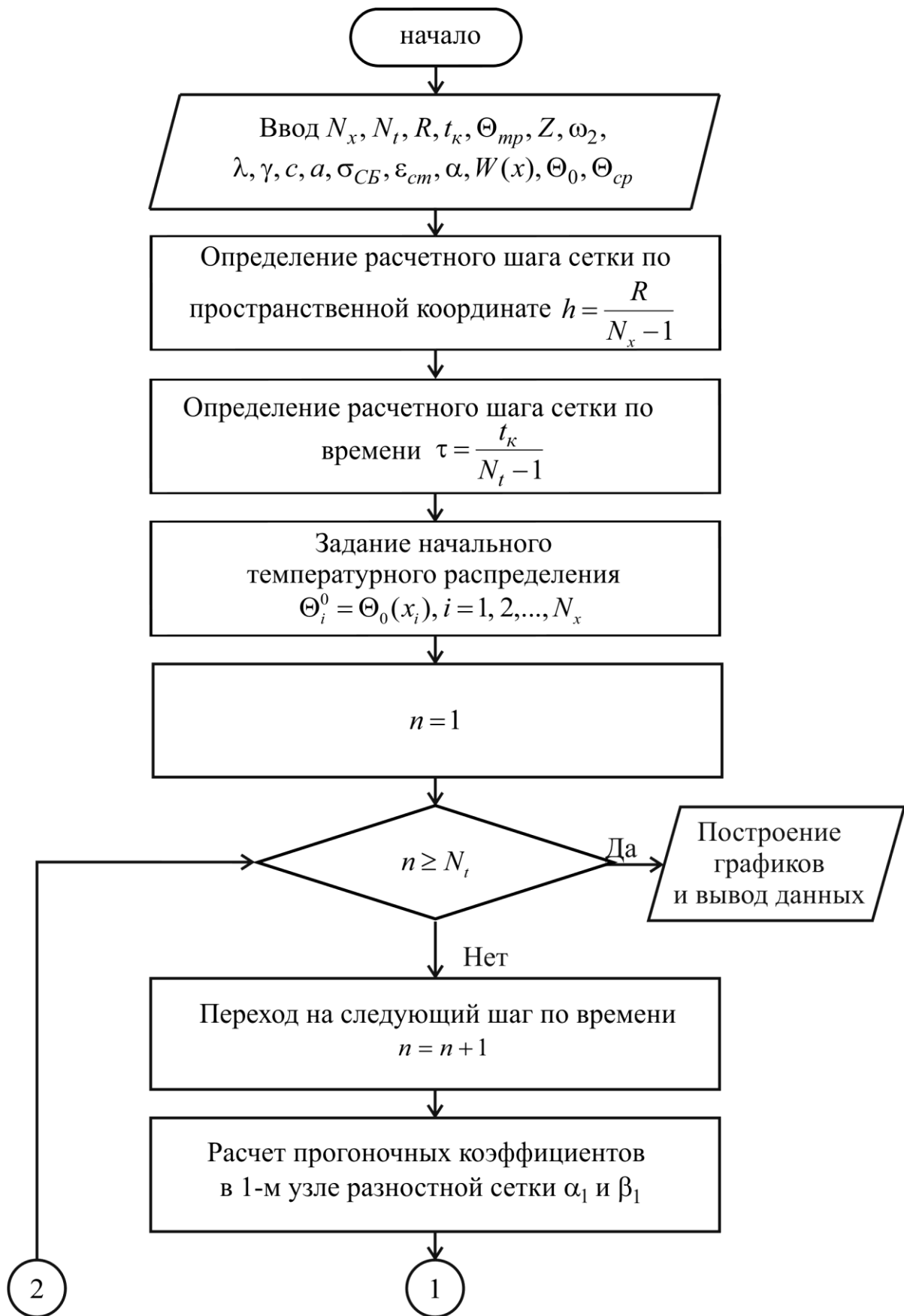


Рисунок 3.1 - Схема решения СЛАУ (3.18) - (3.20) (начало)

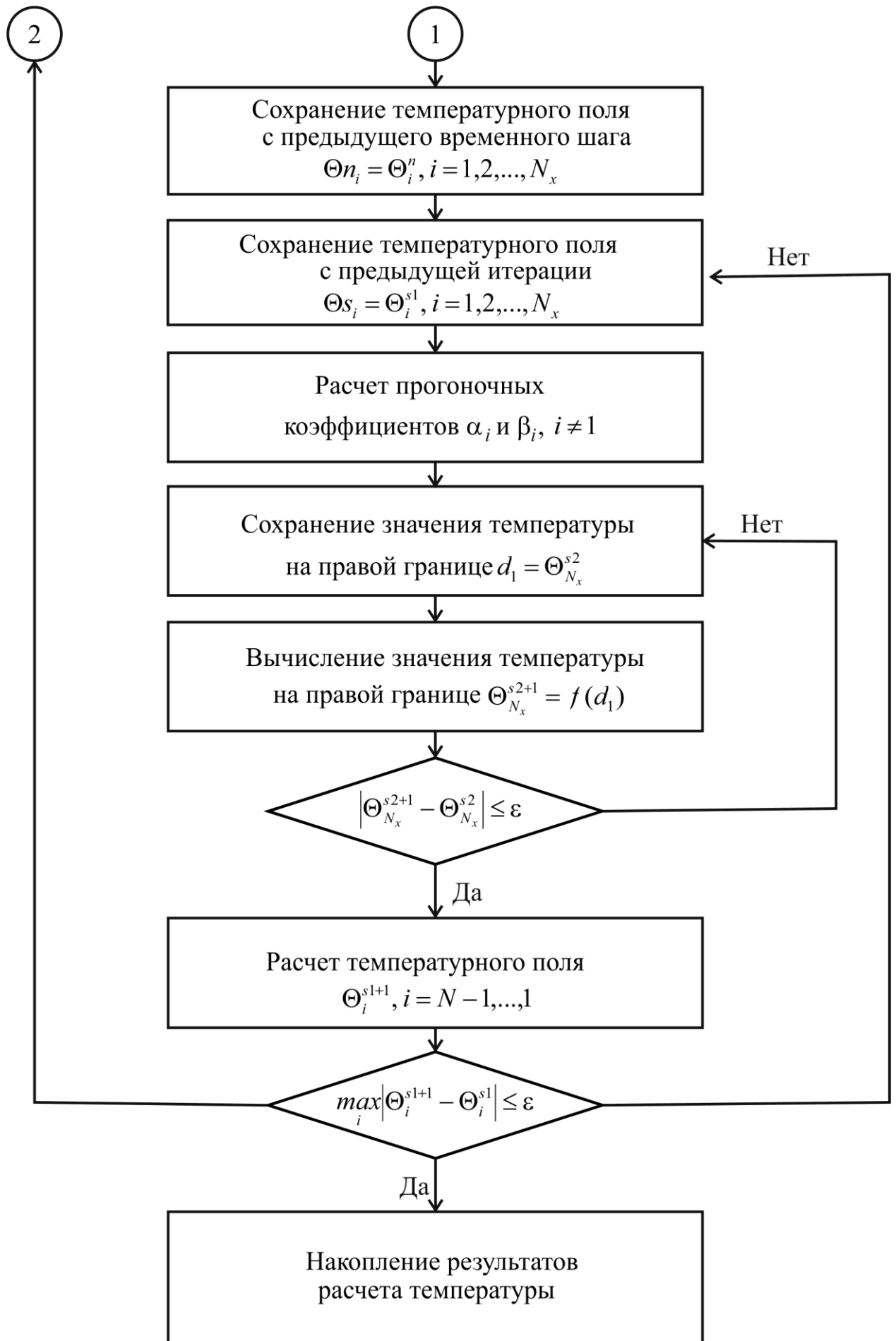


Рисунок 3.2 - Схема решения СЛАУ (3.18) - (3.20) (окончание)

Данная модель была интегрирована в систему управления при реализации найденного в аналитической форме алгоритма оптимального управления (2.44) с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек нагреваемой заготовки. Распределение мощности внутренних источников тепла, соответствующее исходным данным (таблица 3.2), представлено на рисунке 3.3.

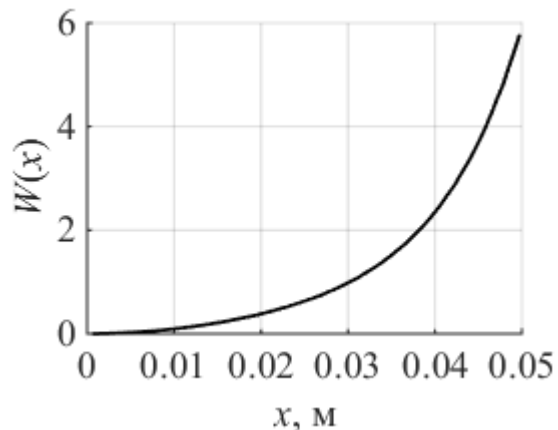


Рисунок 3.3 - Распределение мощности внутренних источников тепла

В качестве начального распределения температурного поля принято температурное распределение по радиусу заготовки в центральном поперечном сечении, полученное при моделировании процесса индукционного нагрева в ПК ANSYS (подраздел 3.4) в момент времени $t=289$ с, в который температура точки измерения превысила значение 1150°C . Исходя из ограничения (2.48) и возможностей технической реализации сигнала обратной связи в замкнутой системе управления с точечным датчиком температуры, в качестве точки измерения была выбрана наиболее приближенная к поверхности заготовки точка $x_M=0,99R$, температура в которой пренебрежимо мало отличается от температуры поверхности $\Theta(R,t)$ нагреваемой заготовки.

На рисунках 3.4-3.6 представлены результаты моделирования замкнутой системы оптимального управления. На рисунке 3.4 показаны графики изменения температуры в процессе индукционного нагрева в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=x_M$, $x=R$, на рисунке 3.5 - распределение температурного поля по радиусу заготовки в моменты времени: $t=0$ с, $t=55$ с, $t=71$ с, $t=600$ с. На рисунке 3.6 представлен график изменения во времени сосредоточенного управляющего воздействия.

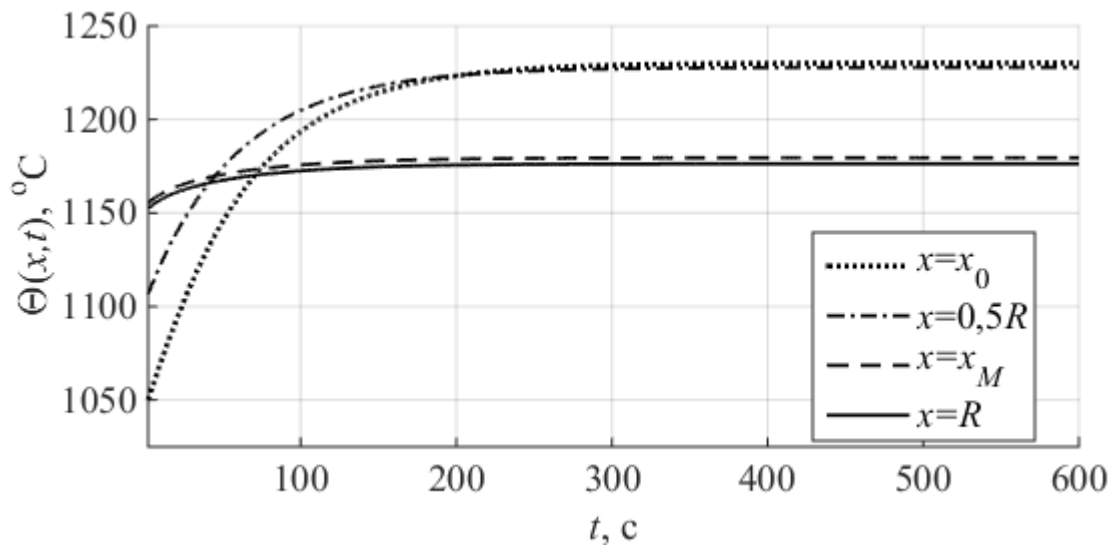


Рисунок 3.4 – Изменение температуры в различных точках радиального сечения заготовки в процессе оптимальной стабилизации температурного режима

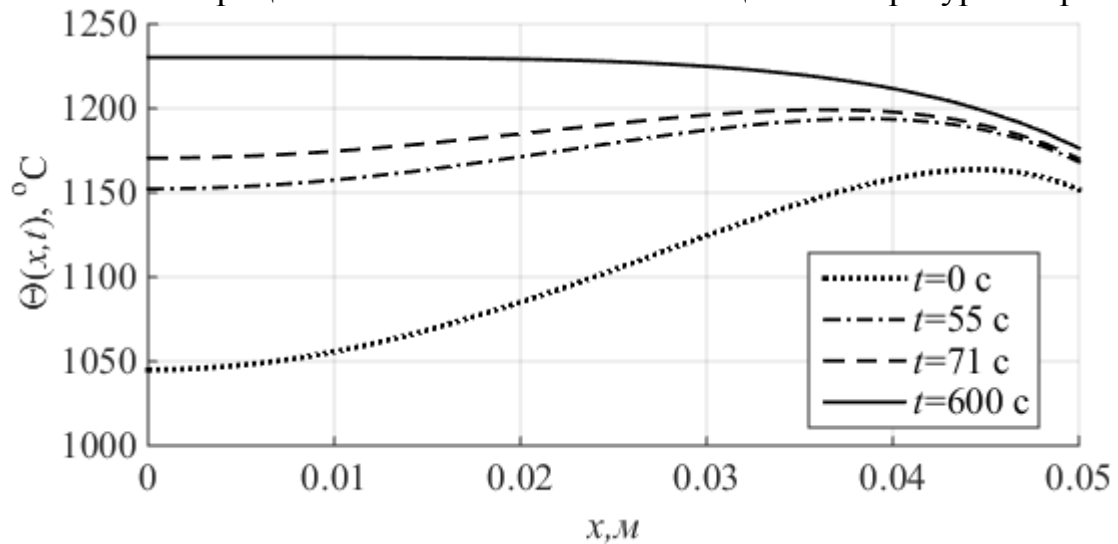


Рисунок. 3.5 - Распределение температурного поля по радиусу заготовки в различные моменты времени оптимального процесса

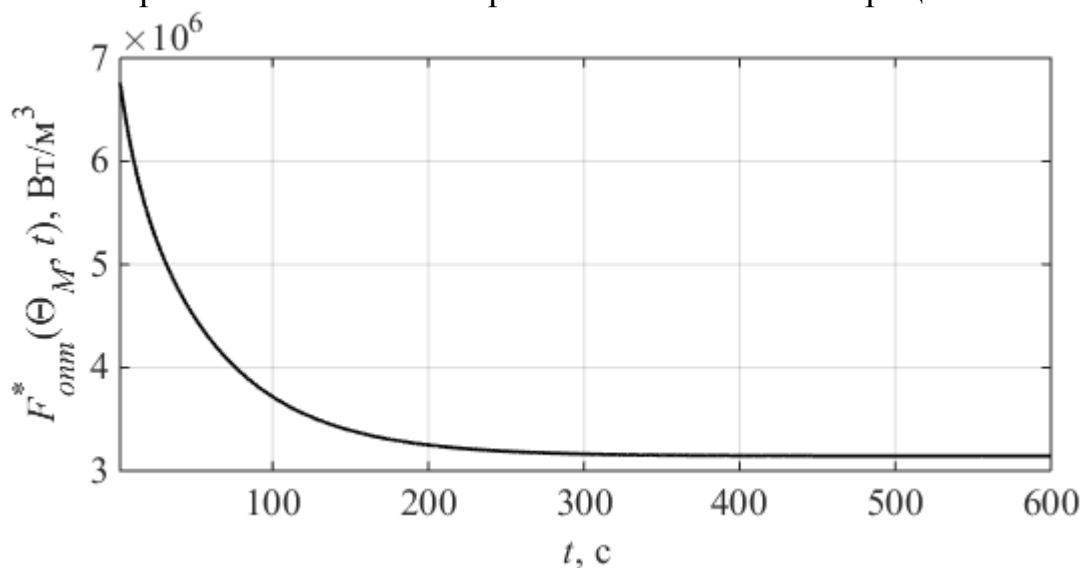


Рисунок 3.6 - Динамика изменения сосредоточенного управляющего воздействия в процессе оптимальной стабилизации

Из представленных на рисунке 3.4 данных видно, что разность температур на поверхности заготовки $\Theta(R,t)$ и в точке измерения $\Theta_M(t)$ не превышает 4 °С. Из данных, представленных на рисунках 3.4, 3.5, следует, что система оптимальной стабилизации при заданном начальном температурном распределении за время $t=55$ с обеспечивает достижение требуемых температурных кондиций с максимальным абсолютным отклонением от требуемого равномерного распределения Θ_{mp} менее 50°С. При продолжении нагрева в момент времени $t=71$ с температурный перепад между максимальным и минимальным значениями температуры составляет 30°С, далее процесс стабилизируется с абсолютным отклонением от требуемого температурного распределения, не превышающим 30°С.

Таким образом, система с обратной связью, реализующая разработанный алгоритм оптимального управления, обеспечивает достижение требуемых температурных кондиций с удовлетворительной точностью и позволяет стабилизировать достигнутый температурный режим в течение требуемого по технологии времени.

3.4 Моделирование процессов индукционного нагрева в программном комплексе ANSYS

Учет температурных зависимостей теплофизических параметров процесса, сложной геометрии системы «индуктор-металл», неравномерности распределения внутренних источников тепла, нелинейных законов теплообмена с окружающей средой и других усложняющих факторов, соответствующих реальным условиям технической реализации технологического процесса, возможен только с помощью создания его нелинейной двумерной численной модели индукционного нагрева.

Для создания нелинейной модели процесса индукционного нагрева был выбран универсальный наукоемкий программный комплекс ANSYS, который позволяет моделировать статические, гармонические и переходные состояния объектов в электромагнитных задачах и проводить тепловой анализ. Особенностью программного пакета ANSYS является наличие трех процессоров:

- процессора построения геометрии модели, конечно-элементной сетки и ввода исходных данных – препроцессора;
- процессора расчета (анализа) – решателя;
- процессора вывода результатов – постпроцессора [8].

Предлагаемая в диссертации численная нелинейная двумерная модель процесса индукционного нагрева основана на алгоритме моделирования, разработанном в Институте Электротехнологий Университета им. Лейбница (г. Ганновер) [99, 105]. Верификация результатов моделирования на основе используемого алгоритма представлена в работах [45, 105].

Модель написана на командном языке APDL ANSYS и состоит из последовательности команд, записанных в тестовом файле с расширением dat.

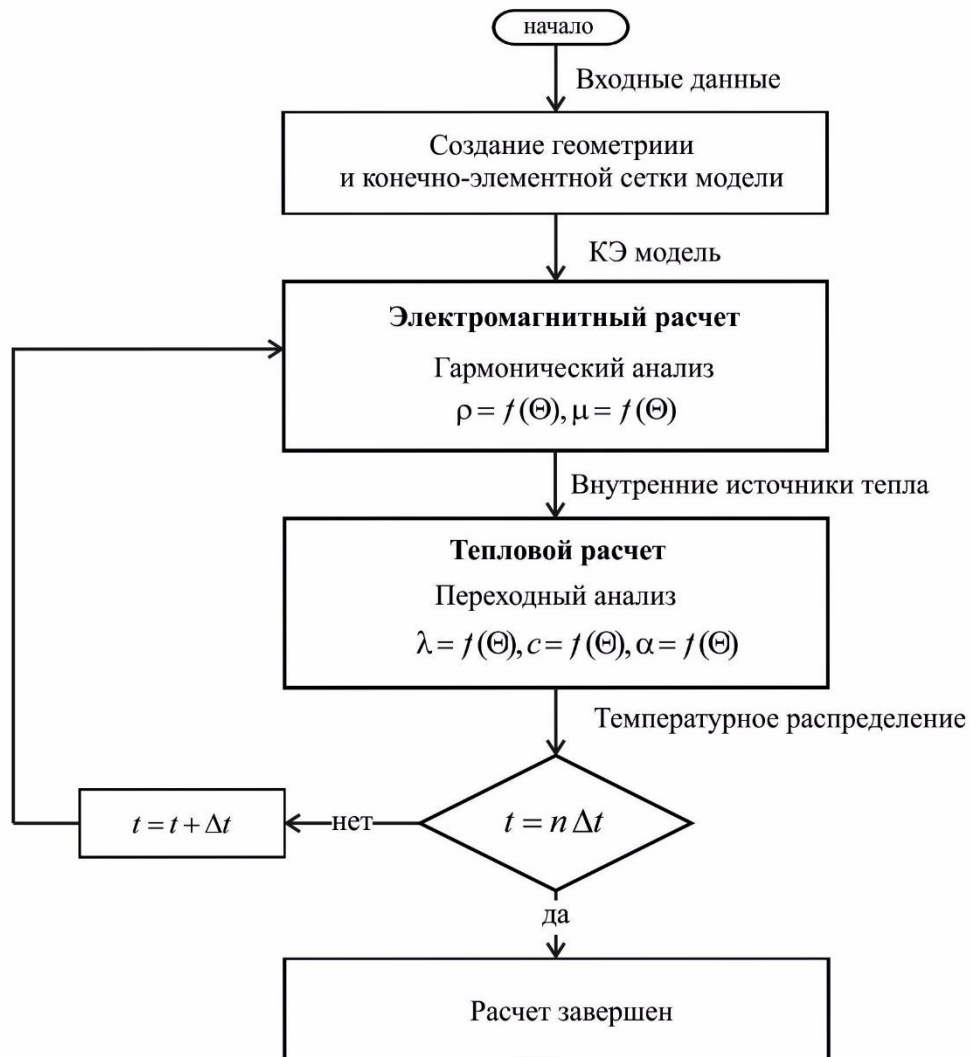


Рисунок 3.7 - Алгоритм численного моделирования процесса индукционного нагрева

На рисунке 3.7. показана схема алгоритма моделирования процесса индукционного нагрева, который представляет собой последовательную итерационную процедуру, состоящую из чередующихся гармонического электромагнитного анализа и анализа переходного теплового процесса (рисунок 3.7.). Процесс индукционного нагрева разделен на временные шаги, на каждом из которых происходит последовательное решение электромагнитной и тепловой задач, состоящих из следующих этапов: построение геометрии; задание свойств материалов с учетом их зависимости от температуры; выбор типа элемента и создание конечно-элементной сетки; задание граничных условий; непосредственное решение соответствующей задачи [45].

Так как рассматриваемая система «индуктор-заготовка» является осесимметричной, задачу моделирования электромагнитного и температурного полей в процессе нагрева целесообразно решать в осесимметричной постановке.

Первым шагом при построении геометрии модели является выбор систем координат. На языке APDL система координат задается с помощью команды CSYS с аргументом KCN, значение которого определяет активную систему координат. Для моделирования исследуемой задачи целесообразно использовать декартову систему координат, для которой аргумент KCN равен 1 [110]. Далее с помощью встроенных геометрических объектов с использованием булевых операций строится геометрия модели.

На следующем шаге для удобства обращения к элементам модели каждой области при помощи команды AATT присваиваются атрибуты (номер материала, номер типа элемента), по которым далее можно будет однозначно определить необходимую область.

Далее создается конечно-элементная сетка модели, для этого составляющие компоненты системы «индуктор-заготовка» разбиваются на элементы, тип, форма и размер которых выбираются исходя из вида планируемого анализа и требуемых параметров расчета. Наиболее важные для расчета области: заготовка, витки индуктора и воздух внутри индуктора, - разбиваются на правильные четырехугольные элементы, использование которых обеспечивает большую

точность по сравнению с треугольными элементами, которые подходят для разбиения футеровки и воздуха снаружи индуктора. Область заготовки по толщине разбита на элементы неравномерно: толщина элемента постепенно уменьшается от центра к поверхности заготовки, что необходимо для повышения точности моделирования, так как плотность тока максимальна у поверхности заготовки (скин-эффект). Конечно-элементная сетка модели индукционного нагревателя периодического действия представлена на рисунке 3.8. Тип конечного элемента определяется с помощью команды ET. Для решения электромагнитной задачи использовались элементы типа PLANE13, для тепловой – PLANE55. Командой ET также определяется то, что задача является осесимметричной.

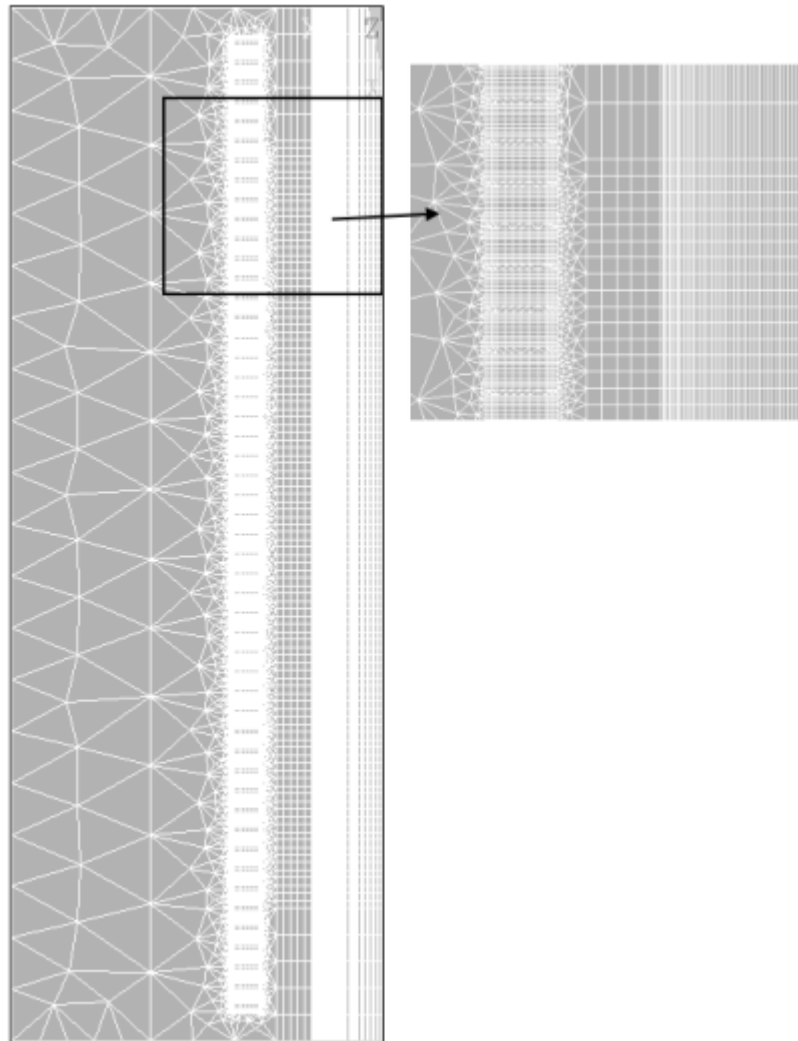


Рисунок 3.8 - Конечно-элементная сетка индукционной нагревательной системы

При решении электромагнитной задачи необходимо определить зависящие от температуры свойства материала, такие как магнитная проницаемость и сопротивление материала нагреваемой заготовки, а также магнитные проницаемости воздуха и футеровки, магнитную проницаемость и сопротивление материала витков индуктора, значения которых остаются постоянными. Для решения тепловой задачи требуется определить следующие зависящие от температуры характеристики: теплопроводность, теплоемкость и плотность материала заготовки, теплопроводность футеровки, а также постоянные коэффициенты лучистого и конвективного теплообмена заготовки и футеровки, теплоемкость и плотность футеровки.

Для задания температурно-зависимых электромагнитных и теплофизических свойств стали (магнитная проницаемость, удельное электрическое сопротивление) используются команды MPTEMP и MPDATA. Команда MPTEMP определяет таблицу температур для свойств материала, а команда MPDATA определяет значение характеристик материала при указанных температурах.

Например, последовательность команд

MPTEMP, 1, 0, 50, 100, 150, 200, 250

MPTEMP, 7, 300, 350, 400, 450, 500, 550

MPDATA, kxx, 201, 1, 51.9, 51.5, 50.6, 49.8, 48.1, 46.9

MPDATA, kxx, 201, 7, 45.6, 44.3, 41.9, 40, 38.1, 36.1

определяет значения теплопроводности материала заготовки, которому присвоен номер 201, для температур 0, 50, ..., 550 °С. Промежуточные значения рассчитываются путем линейной интерполяции по соседним заданным значениям. Для задания не зависящих от температуры свойств, таких как магнитная проницаемость материала обмотки индуктора, воздуха, футеровки, степень черноты материала заготовки, коэффициент конвективного теплообмена, используется функция MP.

С помощью команды SF задаются граничные условия, определяющие тепловые потери с поверхности заготовки за счет излучения и конвекции. На этом работа в предпроцессоре ANSYS заканчивается.

Перед расчетом необходимо определить параметры и настройки решателя (количество и продолжительность временных шагов). В решателе определяется тип анализа: для электромагнитной задачи используется гармонический анализ, а для тепловой – нестационарный, задаются степени свободы, нагрузка, проверяется сходимость расчета.

В результате решения электромагнитной задачи моделируется распределение мощности внутренних источников тепла в нагреваемой заготовке, которое используется в качестве управляющего воздействия в задаче теплового анализа. Результатом решения тепловой задачи является температурное распределение по объему заготовки. После решения тепловой задачи выполняется проверка сходимости в соответствии с заданной точностью. На следующем шаге электромагнитный расчет осуществляется с учетом изменившихся на предыдущем шаге значений температуры и свойств материала [45].

В постпроцессоре ANSYS полученные данные анализируются. Общий постпроцессор (\post1) позволяет узнать результаты на выбранном шаге нагружения, тогда как постпроцессор истории нагружения (\post26) показывает результаты анализа в заранее заданных точках в течение всего процесса и для всех шагов нагружения. Постпроцессор позволяет получать в удобной для анализа форме параметры, характеризующие исследуемый процесс: значения температуры и мощности внутренних источников тепла в различных точках заготовки.

В качестве примера моделирования рассмотрим процесс индукционного нагрева цилиндрической заготовки длиной $l=0,55$ м и радиусом $R=0,05$ м, изготовленной из типовой конструкционной углеродистой стали марки С40, которая имеет достаточно широкое применение для изготовления изделий посредствомковки или объемной штамповки (оси, коленчатые валы, валы-шестерни, распределительные валы и др.) [36]. Исходные данные для моделирования процесса нагрева цилиндрической заготовки в ИНУ периодического действия приведены в таблице 3.3.

Частота питающего тока, длина и внутренний радиус индуктора выбраны с учетом рекомендаций, приведенных в [5, 91] для обеспечения наилучшего

качества нагрева заготовки указанных размеров. На рисунке 3.9. представлена геометрия моделируемой системы «индуктор-заготовка». Рекомендуемая температура нагрева стали марки С40 перед ковкой или штамповкой составляет 1200°С, а максимальная - 1260°С [36]. Электромагнитные и теплофизические свойства стали марки С40 приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.3 – Исходные данные для моделирования процесса нагрева цилиндрической заготовки в ИНУ периодического действия

Радиус заготовки, мм	50	Длина заготовки, мм	550
Длина индуктора, мм	700	Число витков, шт	50
Ток, А	1300	Частота питающего тока, Гц	1000
Внешнее сечение витка индуктора, мм	24×12	Внутреннее сечение витка индуктора, мм	16,8×4,8
Внутренний радиус катушки индуктора, мм	85	Внутренний радиус футеровки, мм	75
Внешний радиус футеровки, мм	155	Требуемая температура заготовки, °С	1200
Температура окружающей среды, °С	20	Начальная температура заготовки, °С	20
Материал витка индуктора	медь	Материал футеровки	бетон
Временной шаг, с	1	Количество шагов	400

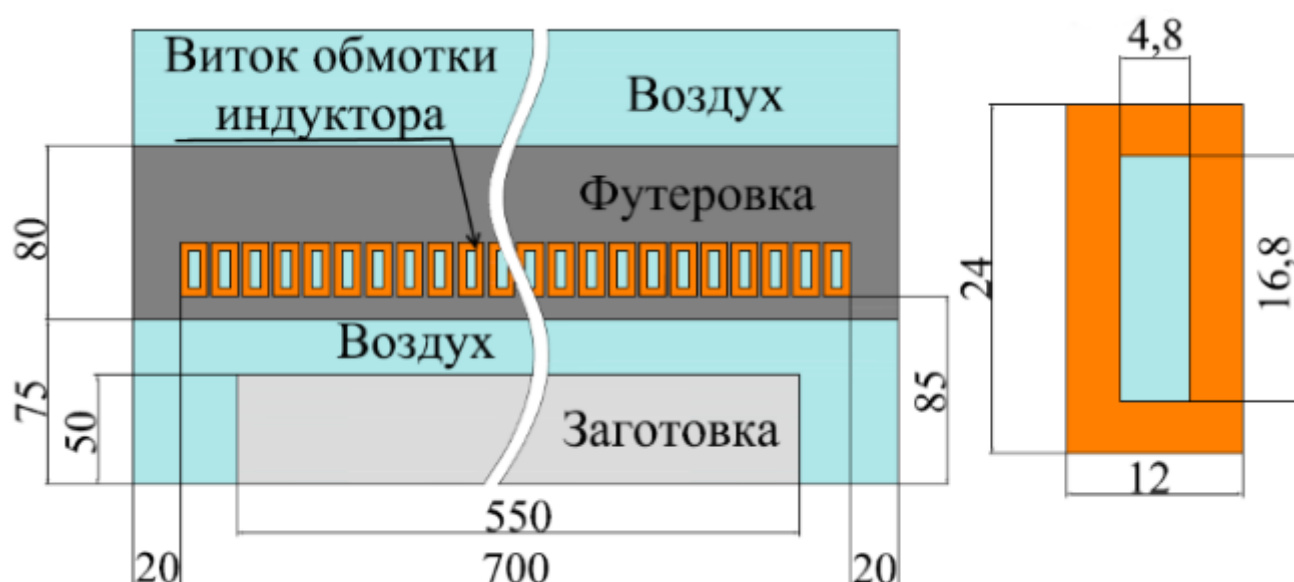


Рисунок 3.9 - Геометрия индукционной нагревательной системы

Таблица 3.4 – Электромагнитные и теплофизические свойства стали марки С40
[66]

$\Theta, ^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт}/(\text{м}^\circ\text{C})$	$c, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$	$\gamma, \text{кг}/\text{м}^3$	$\rho \cdot 10^{-9}, \text{Ом} \cdot \text{м}$	μ
0	51,9	470	7858	160	31
50	51,5	478	7845	189	30,91
100	50,6	494	7832	221	30,73
150	49,8	508,5	7817	257	30,49
200	48,1	521,5	7801	296	30,19
250	46,9	538	7784	339	29,84
300	45,6	558,5	7766	387	29,41
350	44,3	577,5	7748	438	28,9
400	41,9	598,5	7730	493	28,25
450	40	630	7711	553	27,42
500	38,1	670	7692	619	26,31
550	36,1	699,5	7672	689	24,79
600	33,6	720,5	7652	766	22,63
650	31,9	751,5	7628	844	19,41
700	30	1176,5	7613	932	14,35
750	26,9	1103,5	7624	1079	5,94
800	24,8	563	7635	1111	1
850	24,8	525	7617	1131	1
900	25,7	595	7590	1149	1
950	26,1	633	7564	1166	1
1000	26,9	628	7538	1179	1
1050	27,2	632	7512	1193	1
1100	28	636,5	7486	1207	1
1150	28,7	647	7486	1220	1
1200	29,5	661	7486	1230	1
1250	29,5	678	7486	1240	1
1300	29,5	687	7486	1240	1
1350	29,5	687	7486	1240	1
1400	29,5	687	7486	1240	1

На рисунках 3.10 – 3.13 приведены результаты численного моделирования для исходных данных, представленных в таблицах 3.3, 3.4.

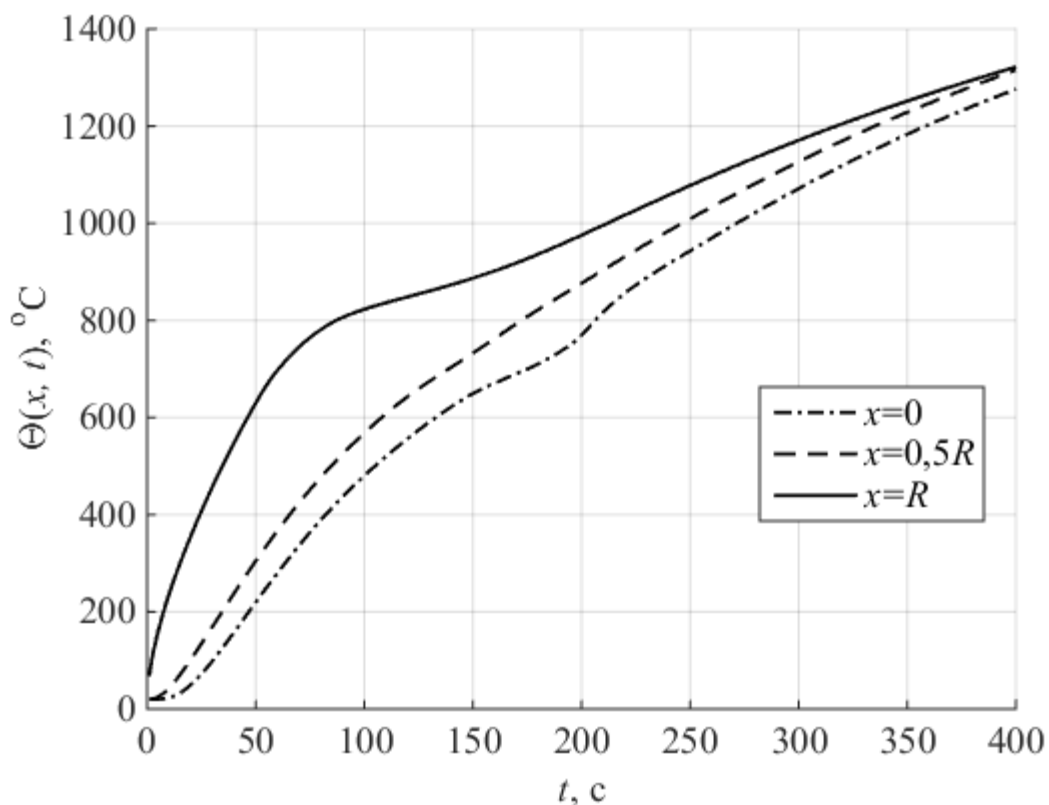


Рисунок 3.10 – Изменение температуры в различных точках заготовки в процессе индукционного нагрева

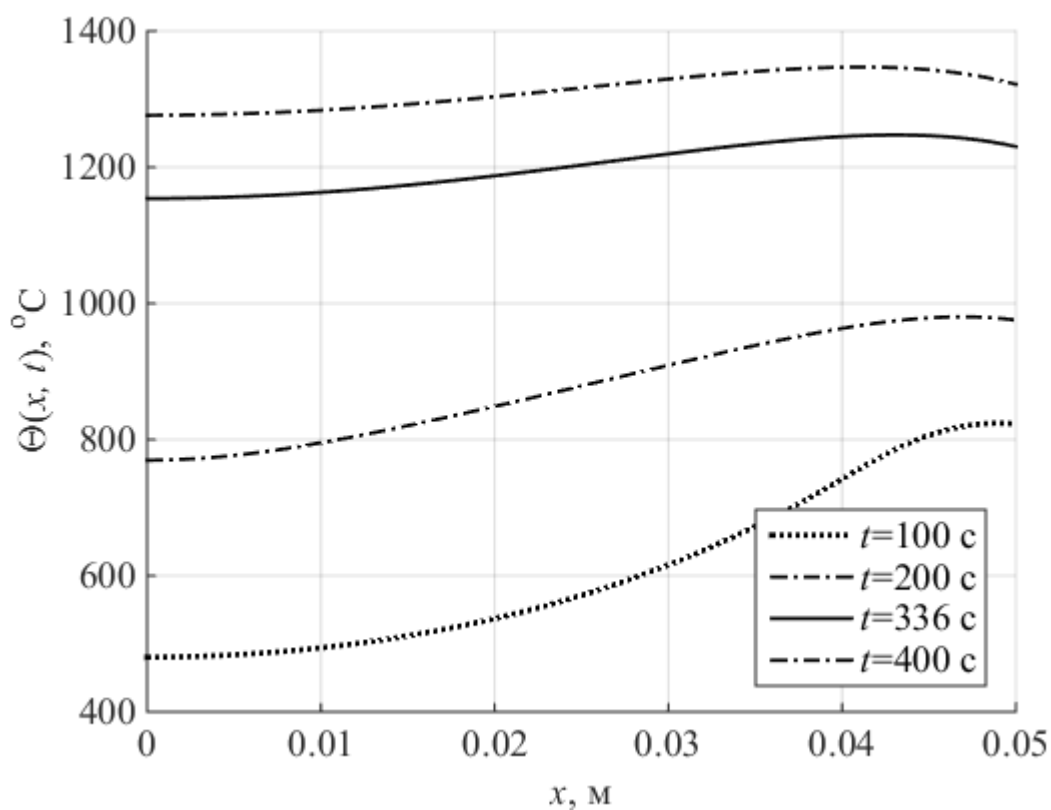


Рисунок 3.11 - Распределение температуры в центральном радиальном сечении заготовки в различные моменты времени

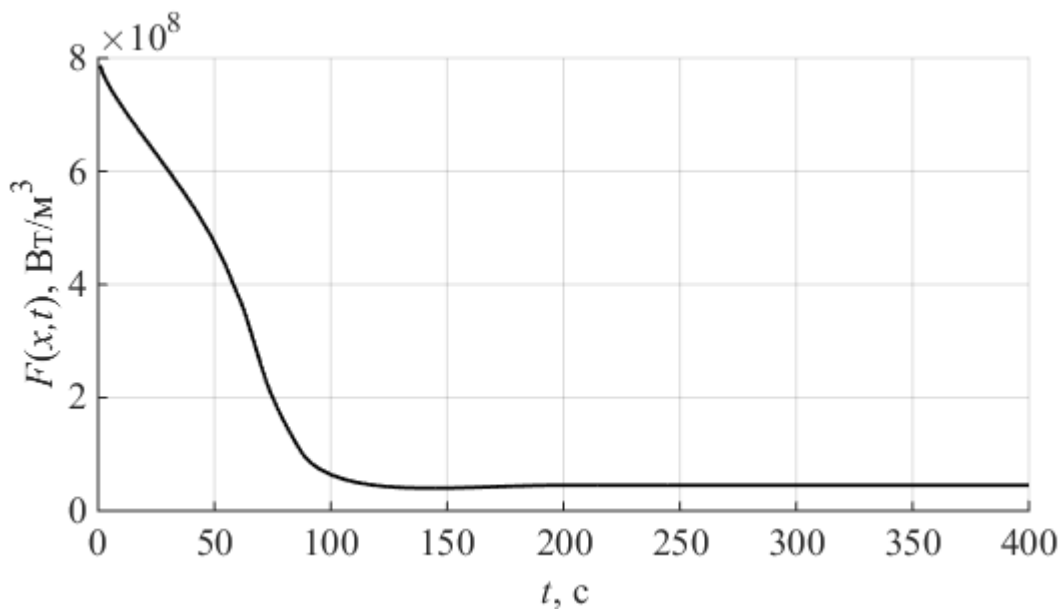


Рисунок 3.12 - Изменение мощности внутренних источников тепла на поверхности заготовки в процессе индукционного нагрева

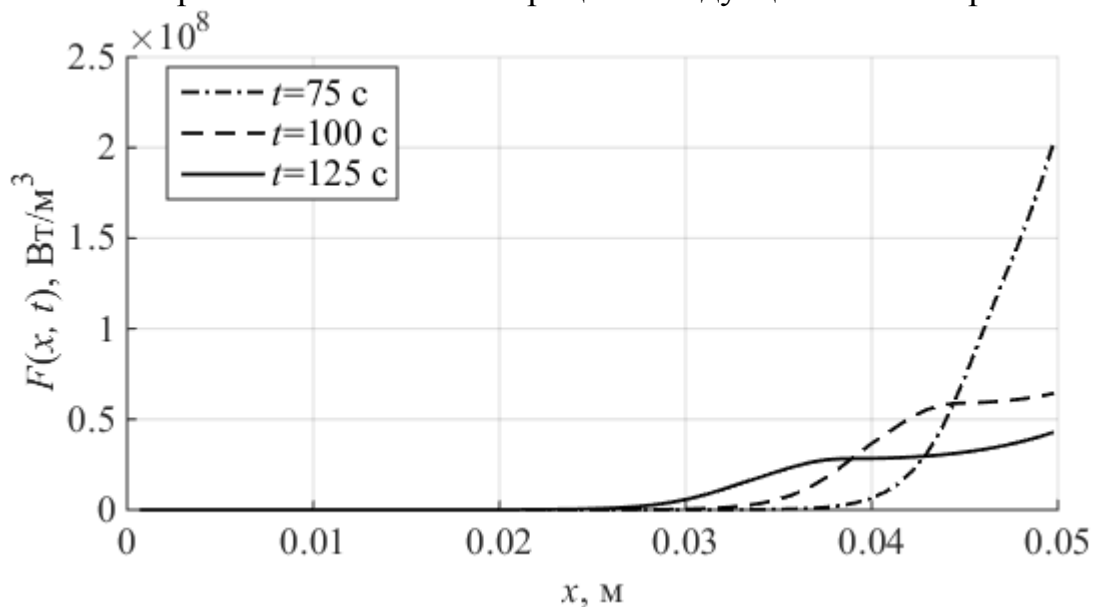


Рисунок 3.13 - Радиальное распределение мощности внутренних источников тепла в центральном сечении заготовки в различные моменты времени

На рисунке 3.10 представлены кривые изменения температуры в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=R$ в центральном радиальном сечении. Рисунок 3.11 демонстрирует радиальное температурное распределение в центральном сечении в моменты времени $t=100$ с, $t=200$ с, $t=336$ с, $t=400$ с процесса нагрева. На рисунке 3.12 показано изменение мощности внутренних источников тепла на поверхности заготовки. На рисунке 3.13 показано радиальное распределение мощности внутренних источников тепла в центральном сечении в моменты времени $t=75$ с, $t=100$ с, $t=125$ с.

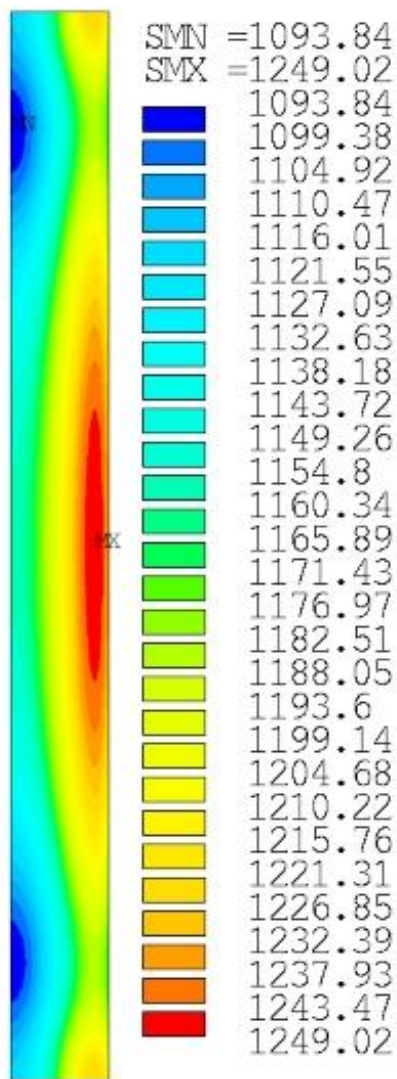


Рисунок 3.14 - Температурное поле (°C) в продольном сечении заготовки в момент времени $t=336$ с.

Результаты моделирования, соответствующих основным известным физическим закономерностям изменения температурных и электромагнитных полей в процессе индукционного нагрева заготовок из углеродистой стали:

- в начале процесса нагрева мощность, выделяемая в заготовке, сосредоточена в поверхностном слое, что приводит к быстрому росту температуры поверхности заготовки, а температура внутренних слоев практически не изменяется;
- затем следует регулярный режим, при котором наблюдается практически линейный рост температуры во всех точках сечения;
- при температуре 760-800 °C поверхностный слой заготовки теряет свои магнитные свойства, в следствие этого рост температуры на поверхности заготовки резко замедляется, и одновременно происходит выравнивание мощности внутренних источников тепла в

поверхностных слоях; в этот период перепад температур по сечению максимален [5, 17].

Температурное распределение в продольном сечении заготовки, представленное на рисунке 3.14, отражает возникающие при индукционном нагреве эффекты (краевой эффект, скин-эффект) и наличие тепловых потерь с поверхности нагреваемого тела.

В момент времени $t=336$ с максимальное абсолютное отклонение от требуемой температуры Θ_{mp} в центральном радиальном сечении минимально и составляет менее 48°C, а перепад между максимальной и минимальной температурой в центральном радиальном сечении - 96°C.

Для верификации разработанной модели был проведен сравнительный анализ результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными на промышленной ИНУ, основные конструктивные характеристики которой представлены в таблице 3.5 [108].

В ходе эксперимента температура заготовки измерялась с помощью термопар, расположенных на поверхности и в центре заготовки в специально сделанных заглаблениях. Результаты измерения поступали на компьютер, обрабатывались и сохранялись в виде таблицы. Интервал между измерениями составлял $\Delta t = 1,836$ с, общая продолжительность процесса индукционного нагрева составила $t = 31,2$ с.

Таблица 3.5 – Исходные данные для проведения экспериментального исследования процесса нагрева в ИНУ периодического действия

Длина заготовки, мм	150
Радиус заготовки, мм	30
Длина индуктора, мм	402
Число витков, шт.	29
Внутренний диаметр катушки индуктора, мм	141
Внешнее сечение витка, мм	11x22
Толщина витка, мм	2
Температура окружающей среды, С	23

На рисунках 3.15 и 3.16 показано изменение значений тока и частоты источника питания в течение эксперимента.

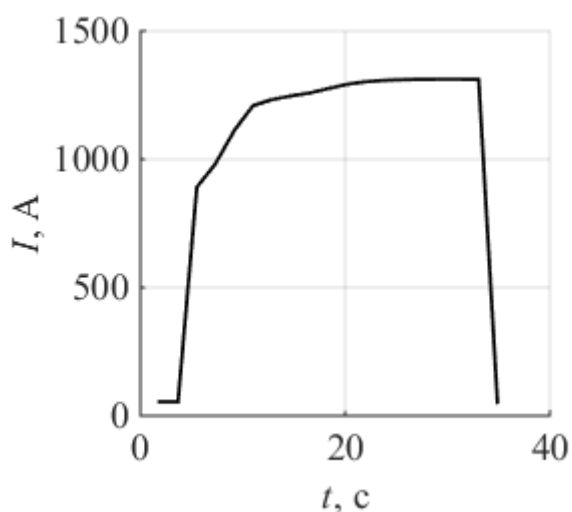


Рисунок 3.15 - Изменение значения тока

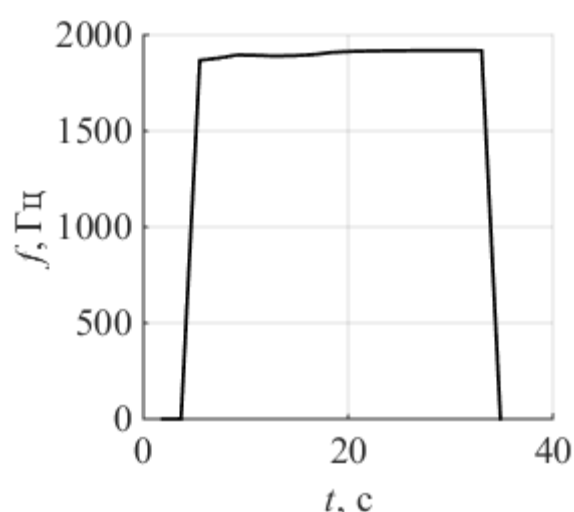
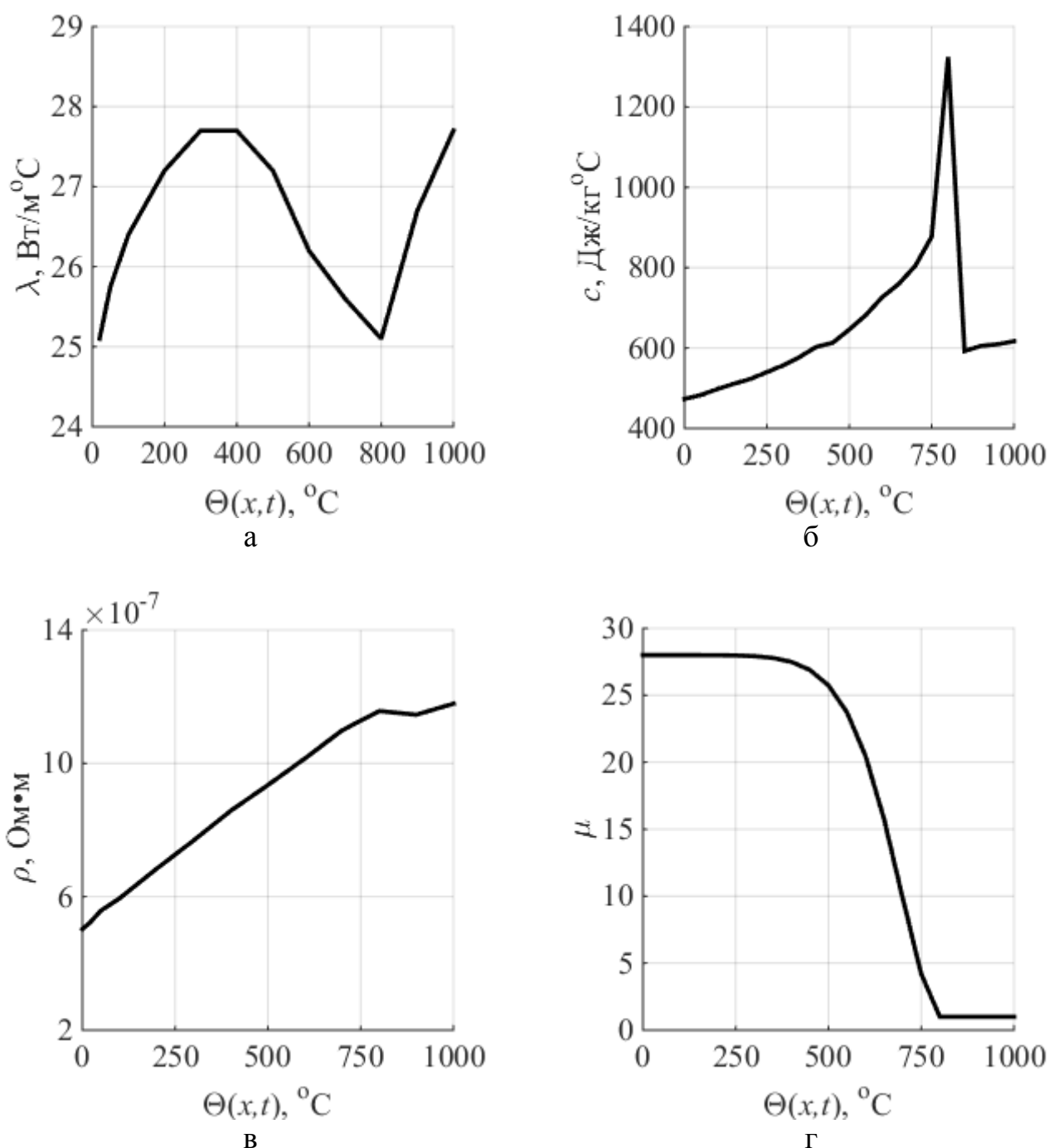


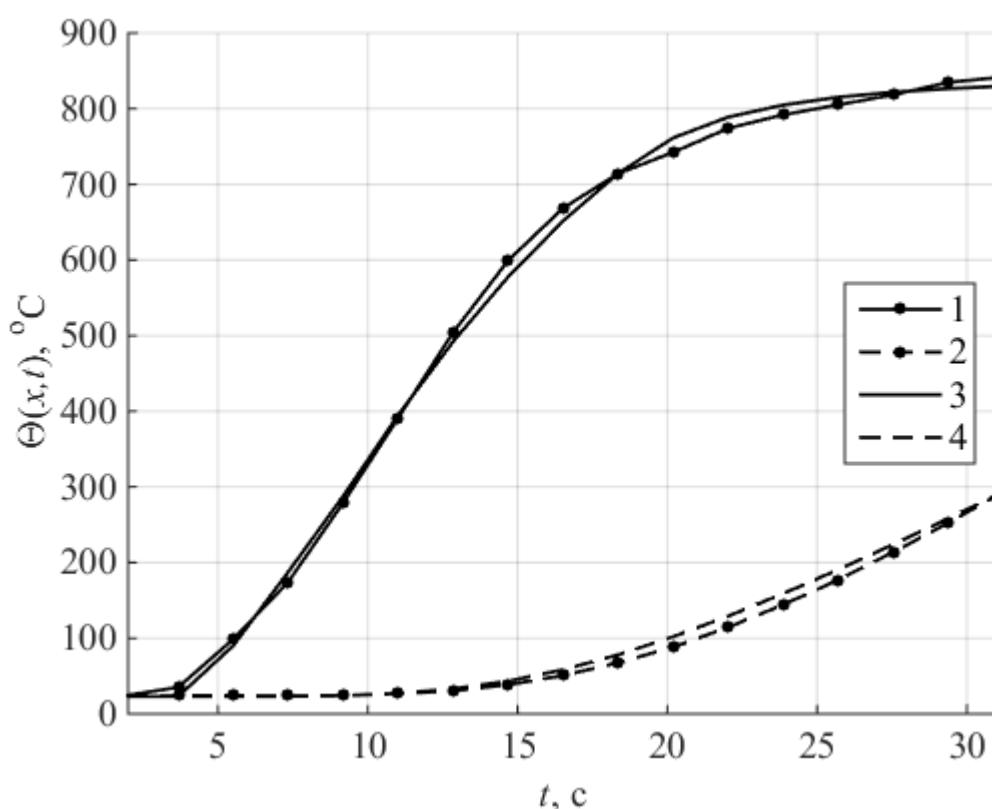
Рисунок 3.16 - Изменение значения частоты тока

Температурные зависимости теплофизических и электромагнитных свойств материала нагреваемой на экспериментальной установке заготовки представлены на рисунке 3.17.



а – удельная теплоемкость; б – теплопроводность; в – удельное электрическое сопротивление; г – относительная магнитная проницаемость;
Рисунок 3.17 - Зависимости теплофизических параметров материала нагреваемой на экспериментальной установке заготовки от температуры

На рисунке 3.18. представлено сравнение значений температур центра и поверхности нагреваемой заготовки, полученных в результате эксперимента и в результате моделирования процесса индукционного нагрева. Сравнительный анализ полученных результатов позволяет сделать вывод об удовлетворительном совпадении моделируемого температурного поля с экспериментальными данными. Отклонение полученных при моделировании значений температуры от экспериментальных данных не превышает 8% и объясняется всегда присутствующей погрешностью при решении задач численными методами, невозможностью точного определения физических свойств материала и погрешностью измерения.



- 1 - температура поверхности, полученная в ходе эксперимента;
- 2 - температура центра, полученная в ходе эксперимента;
- 3 - температура поверхности, полученная при моделировании;
- 4 - температура центра, полученная при моделировании;

Рисунок 3.18 – Сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных

3.5 Синтез замкнутой системы оптимального управления двумерной моделью технологического процесса индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок

В настоящем подразделе исследуется система управления разработанной численной нелинейной двумерной ANSYS моделью технологического процесса нагрева с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек нагреваемой заготовки, при реализации найденного в аналитической форме алгоритма оптимального управления (2.44).

При построении замкнутой системы управления ПИНМ необходимо произвести пересчет мощности внутренних источников тепла, определяемой по алгоритму оптимального управления (2.44), в напряжение, которое является управляющим воздействием, реализуемым в ИНУ. Пересчет осуществляется таким образом, чтобы мощность внутренних источников тепла, выделяемая в заготовке при искомом напряжении, была равна оптимальной мощности, определяемой в соответствии (2.44); соответствующее соотношение имеет следующий вид [3]:

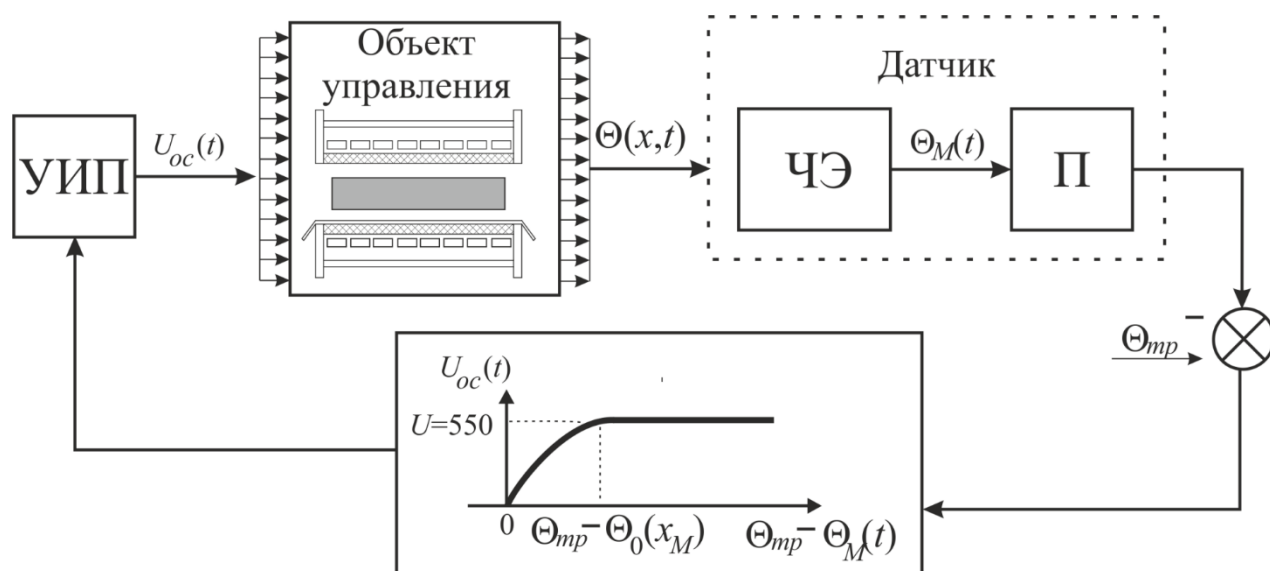
$$U_{oc}^*(\Theta_M, t) = k \sqrt{\Theta_{mp} - \Theta_M(t)}, k = U / \sqrt{(\Theta_{mp} - \Theta_0(x_M, t))}. \quad (3.27)$$

где U – номинальное действующее напряжение моделируемой ИНУ, $\Theta_0(x_M, t)$ – значение температуры в точке измерения, при достижении которой начинается процесс стабилизации. Наличие корня в выражении (3.27) объясняется тем, что мощность, выделяемая в заготовке, пропорциональна квадрату напряжения индуктора.

Система управления процессом построена следующим образом: если температура в точке измерения $\Theta(x_M, t)$ меньше, чем некоторое фиксированное значение $\Theta_0(x_M, t) = const$, то напряжение индуктора равно номинальному значению U , иначе значение напряжения определяется согласно алгоритму (2.44) с учетом соответствующего коэффициента пересчета. Таким образом, алгоритм управления процессом нагрева в замкнутой системе изменяется по следующему закону:

$$U_{oc}(t) = \begin{cases} U, & \text{при } \Theta_{mp} - \Theta_M(t) > \Theta_{mp} - \Theta_0(x_M, t) \\ U_{oc}^*(\Theta_M, t), & \text{при } \Theta_{mp} - \Theta_M(t) < \Theta_{mp} - \Theta_0(x_M, t) \end{cases} \quad (3.28)$$

Функциональная схема системы оптимального управления ПИНМ с обратной связью представлена на рисунке 3.19.



ЧЭ – чувствительный элемент, П – преобразователь,
УИП – управляемый источник питания

Рисунок 3.19 - Функциональная схема замкнутой системы оптимального управления ПИНМ

В диссертационной работе получены и проанализированы результаты оптимального управления двумерной численной моделью в условиях, когда вся доступная информация об управляемой функции состояния, в качестве которой выступает температурное распределение по радиусу или по объему заготовки, исчерпывается значением температуры, измеряемой в одной точке с фиксированной координатой. Работа найденного алгоритма управления ПИНМ при $\Theta_0(x_M, t) = 1150^\circ\text{C}$ и номинальном напряжении индуктора $U = 550$ В исследовалась для двух случаев.

В первом случае датчик измерения температуры расположен в точке на поверхности заготовки в центральном радиальном сечении. Такой выбор точки измерения объясняется тем, что уравнение, используемое для вывода алгоритма,

описывает с удовлетворительной точностью изменение радиального температурного распределения в центральном сечении заготовки, а также простотой технической реализации измерения. Ограничением (2.48) можно пренебречь в связи с тем, что температура на поверхности пренебрежимо мало отличается от температуры в точке $x=0,99R$. Время нагрева с номинальным действующим напряжением составляет 289 с, время работы оптимального алгоритма управления (2.44) $t_k=600$ с.

На рисунках 3.20 – 3.23 приведены результаты численного моделирования процессов индукционного нагрева в системе с обратной связью. На рисунке 3.20 представлены кривые изменения температуры в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=R$ в центральном сечении заготовки в течение всего процесса нагрева, на рисунке 3.21 – в течение процесса стабилизации температурного режима. На рисунке 3.22 показаны кривые изменения максимального и минимального значений температуры в радиальном сечении в процессе стабилизации.

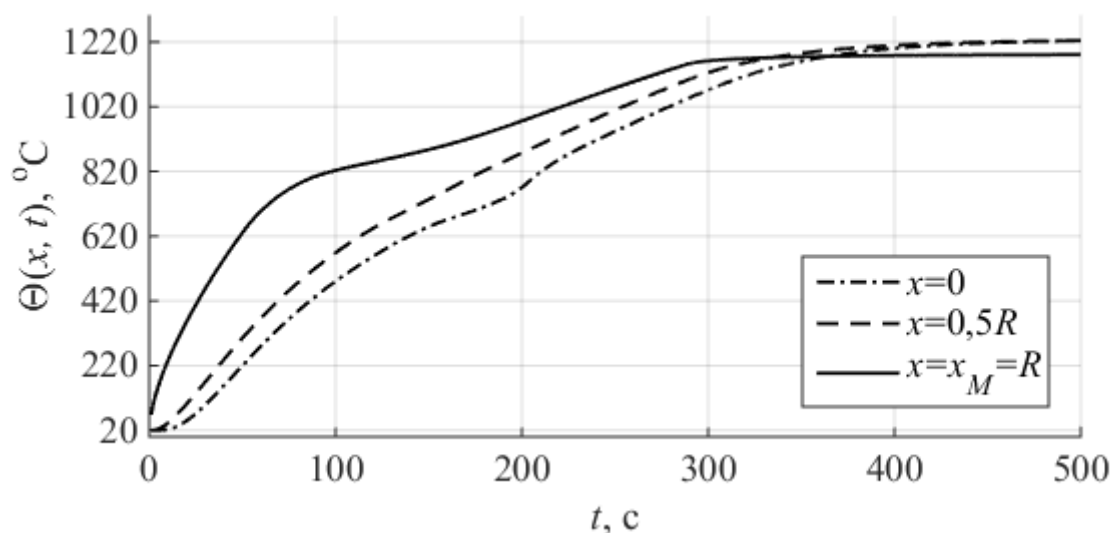


Рисунок 3.20 - Изменение температуры в различных точках в центральном радиальном сечении заготовки в оптимальном процессе индукционного нагрева

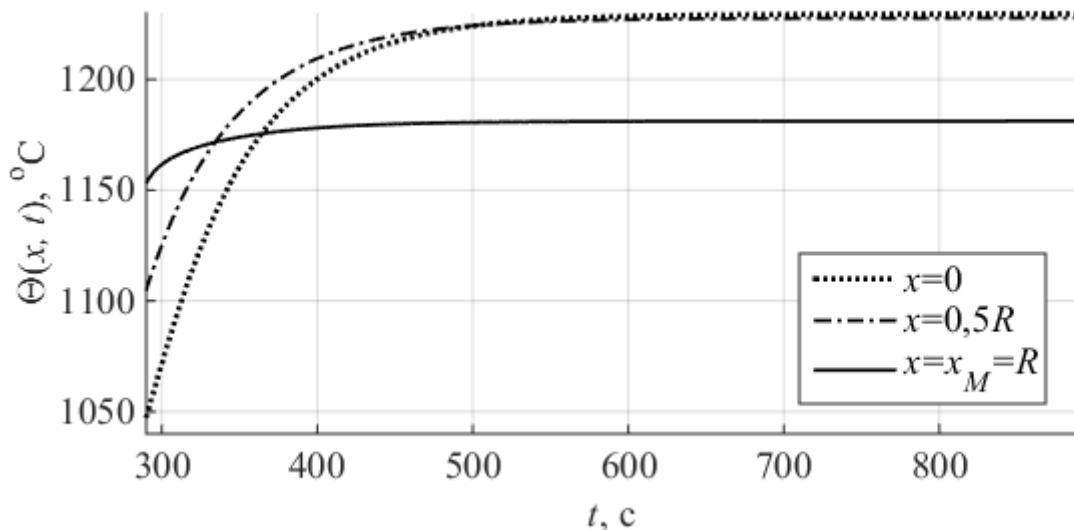


Рисунок 3.21 - Изменение температуры в различных точках в центральном радиальном сечении заготовки в оптимальном процессе стабилизации

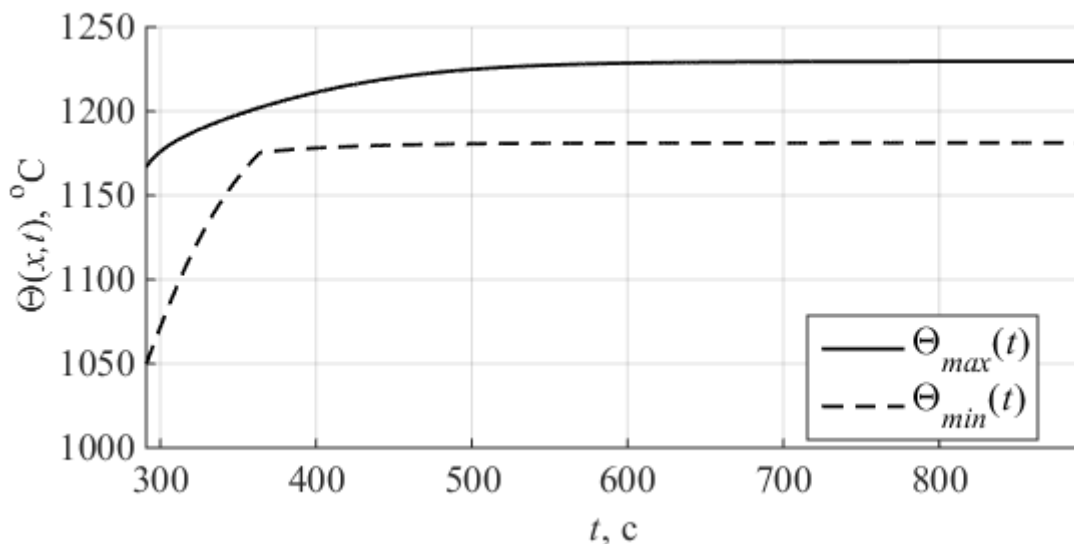


Рисунок 3.22 - Максимальная $\Theta_{max}(t)$ и минимальная $\Theta_{min}(t)$ температуры в центральном радиальном сечении заготовки в оптимальном процессе стабилизации

Из представленных данных следует, что замкнутая система управления ПИНМ за время $t=345$ с обеспечивает достижение требуемого температурного распределения с максимальным абсолютным отклонением, не превышающим 50°C . При продолжении нагрева в момент времени $t=361$ с достигается температурное распределение с максимальным температурным перепадом, равным 27°C , и максимальным абсолютным отклонением менее 25°C , далее процесс стабилизируется около требуемого состояния с максимальным абсолютным отклонением, не превышающим 30°C .

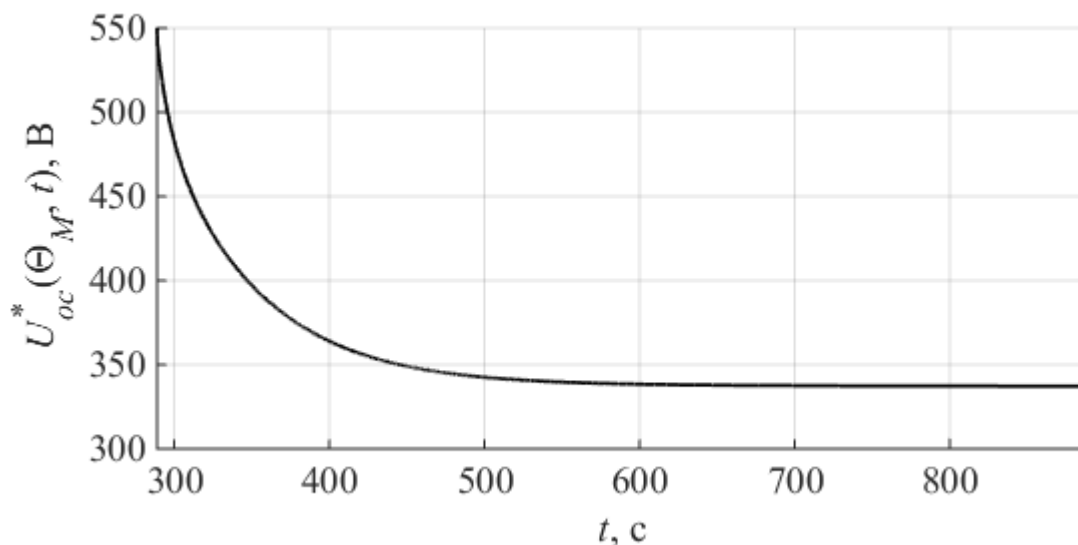
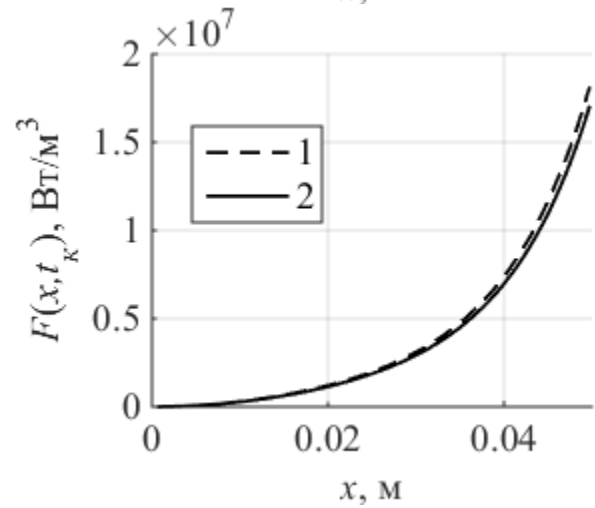
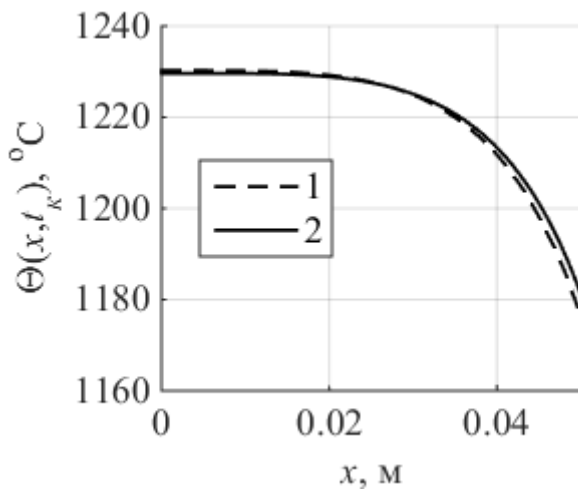
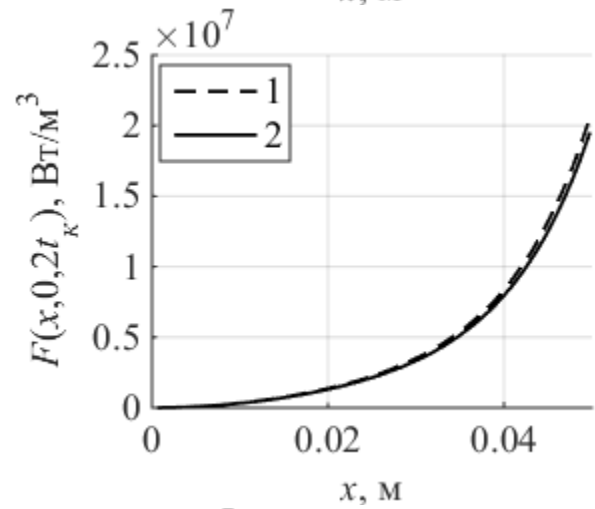
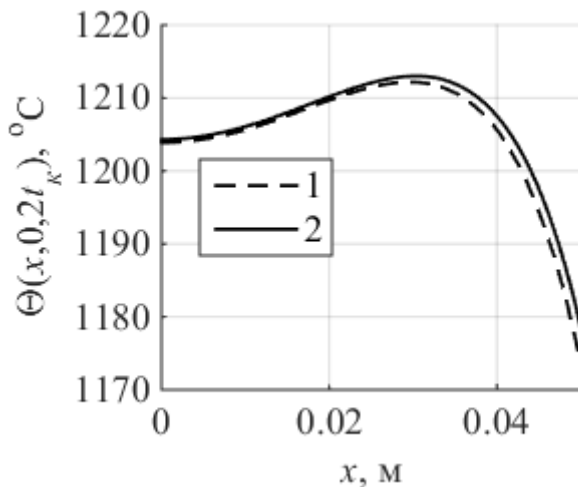
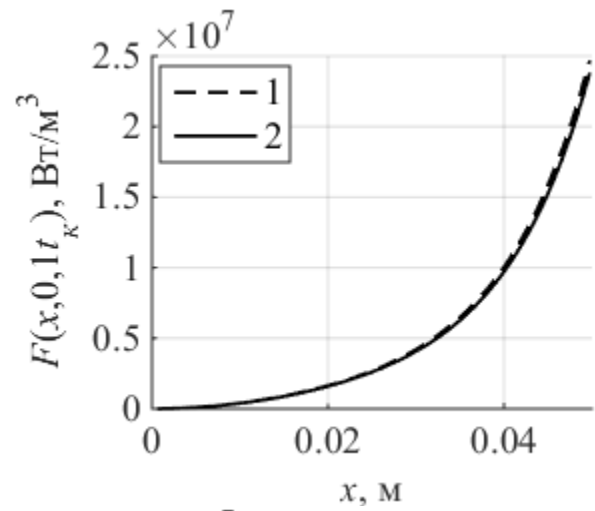
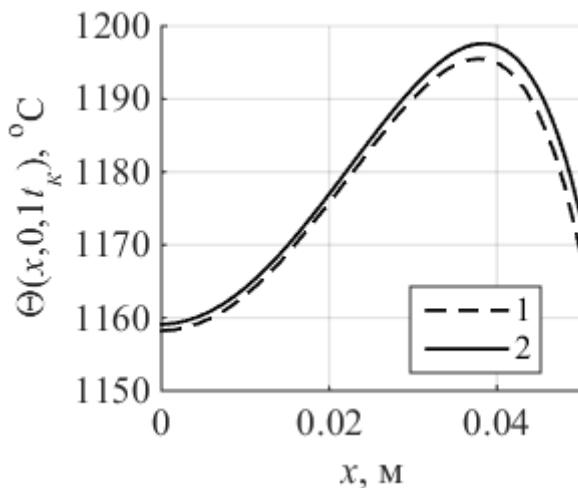


Рисунок 3.23 – Оптимальное управляющее воздействие в процессе стабилизации температурного режима при измерении температуры в точке на поверхности заготовки в центральном радиальном сечении

На рисунке 3.23 приведен график изменения напряжения в оптимальном процессе стабилизации температурного режима, из которого видно, что в процессе стабилизации напряжение не превышает номинальное значение, что подтверждает обоснованность пренебрежения ограничениями на управляющее воздействие в процессе оптимальной стабилизации.

На рисунке 3.24 представлены распределения температуры и мощности внутренних источников тепла по радиусу заготовки для одномерной конечно-разностной модели, реализованной в прикладном пакете MATLAB (см. п. 3.3), и двумерной ANSYS модели в различные моменты времени нагрева.

Анализ выявляет удовлетворительное совпадение результатов моделирования, что подтверждает возможность применения разработанного алгоритма (2.44) для управления двумерными моделями. Отклонение результатов моделирования, оцененное по интегральной абсолютной ошибке, не превышает 3,2% для температуры, и 6,4% для мощности внутренних источников тепла.



а

б

а – радиальное температурное распределение в центральном сечении, полученное для одномерной (1) и двумерной (2) моделей;
 б - радиальное распределение мощности внутренних источников тепла в центральном сечении, полученное для одномерной (1) и двумерной (2) моделей;
 Рисунок 3.24 – Сравнение результатов моделирования в различные моменты времени

Во втором исследуемом случае рассмотрена возможность применения найденного алгоритма для управления двумерной численной моделью в условиях, когда датчик измерения температуры расположен на торце заготовки. Так как в этом случае измерение технически реализуемо в любой произвольной точке, были получены результаты моделирования процесса индукционного нагрева для шести точек с разными значениями радиальной координаты.

В таблице 3.6 приведены значения максимальной Θ_{max} и минимальной Θ_{min} температур на торце и в центральном сечении заготовки, а также моменты начала процесса стабилизации t_{cm} , полученные для различных точек измерения температуры. Значения температур приведены для момента времени, в который длительность процесса стабилизации составила 600 с.

Таблица 3.6 – Результаты моделирования процесса нагрева в системе оптимального управления с обратной связью по температуре в различных точках на торце заготовки

Значение радиальной координаты	t_{cm} , с	Θ_{max} , °C (торец)	Θ_{min} , °C (торец)	Θ_{max} , °C (центральное сечение)	Θ_{min} , °C (центральное сечение)
0	350	1185,49	1137,24	1207,60	1158,52
0,2R	346	1182,42	1134,35	1207,13	1159,36
0,4R	334	1182,44	1134,47	1207,18	1159,54
0,6R	312	1185,49	1137,24	1210,58	1162,68
0,8R	296	1196,95	1147,62	1221,65	1173,06
R	300	1233,30	1180,24	1261,29	1209,07

Из приведенных в таблице данных видно, что при измерении в точке с координатой $x=0,8R$ обеспечивается нагрев с наименьшим абсолютным отклонением температуры в центральном радиальном сечении, а также наименьшее время выхода системы на режим стабилизации температуры, что обеспечивает наибольшую экономию энергетических ресурсов.

Результаты численного моделирования оптимального процесса периодического индукционного нагрева в системе с обратной связью по температуре, измеряемой в точке на торце заготовки, продемонстрированы на рисунках 3.25 – 3.31.

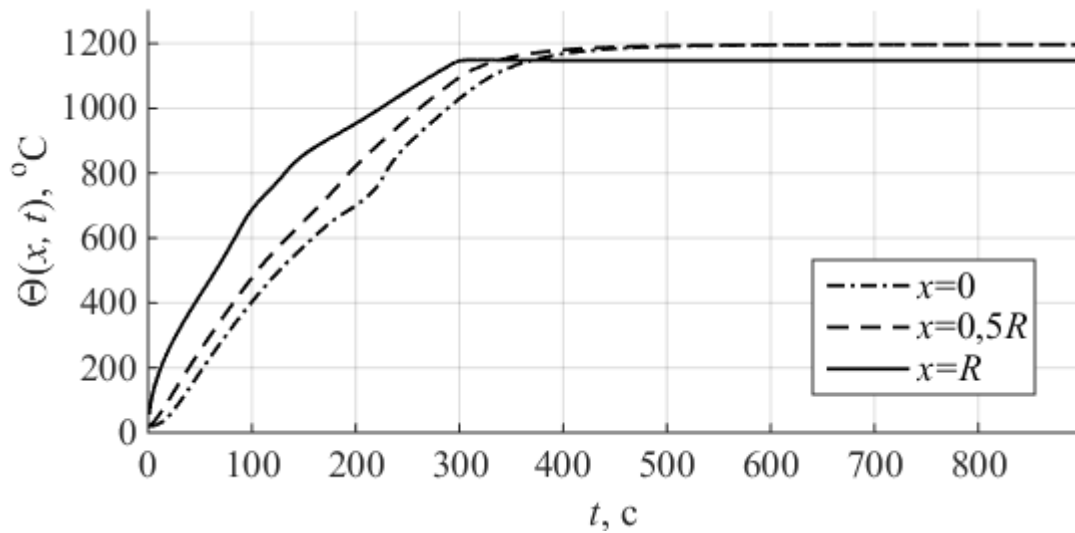


Рисунок 3.25 - Изменение температуры в оптимальном процессе индукционного нагрева в различных точках на торце заготовки

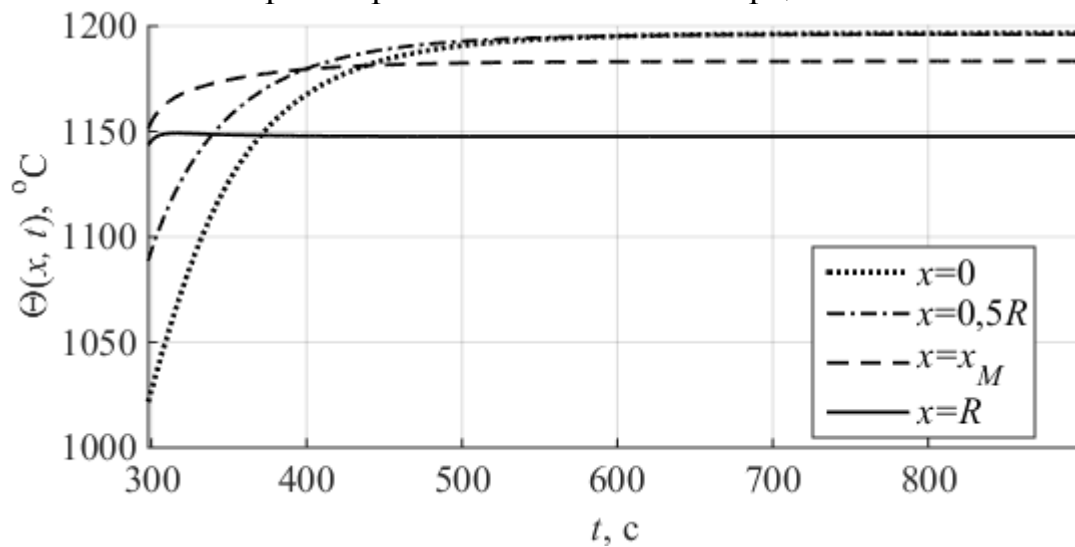


Рисунок 3.26 - Изменение температуры в оптимальном процессе стабилизации в различных точках на торце заготовки

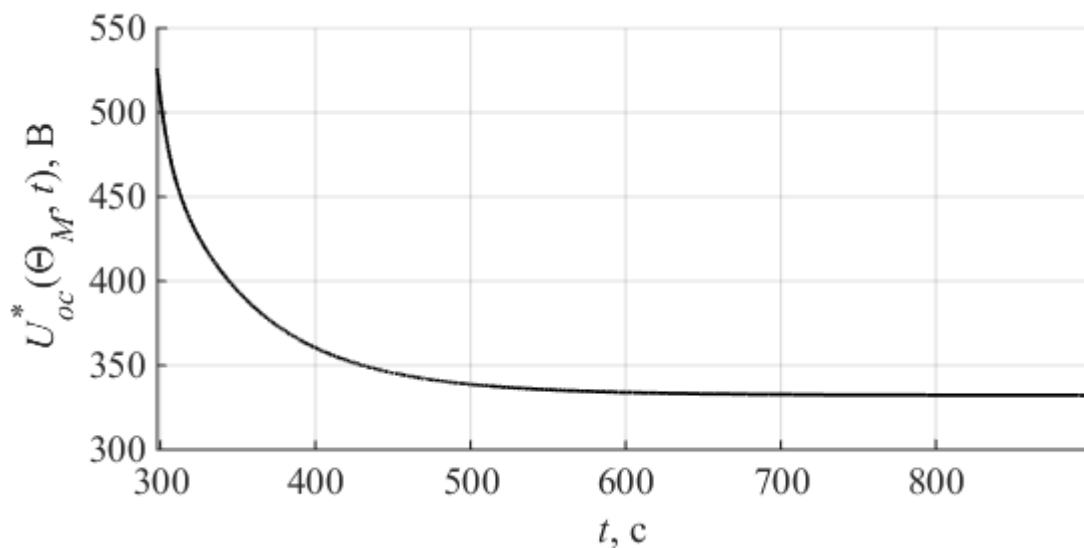


Рисунок 3.27 - Оптимальное управляющее воздействие в процессе стабилизации температурного режима при измерении температуры в точке на торце заготовки

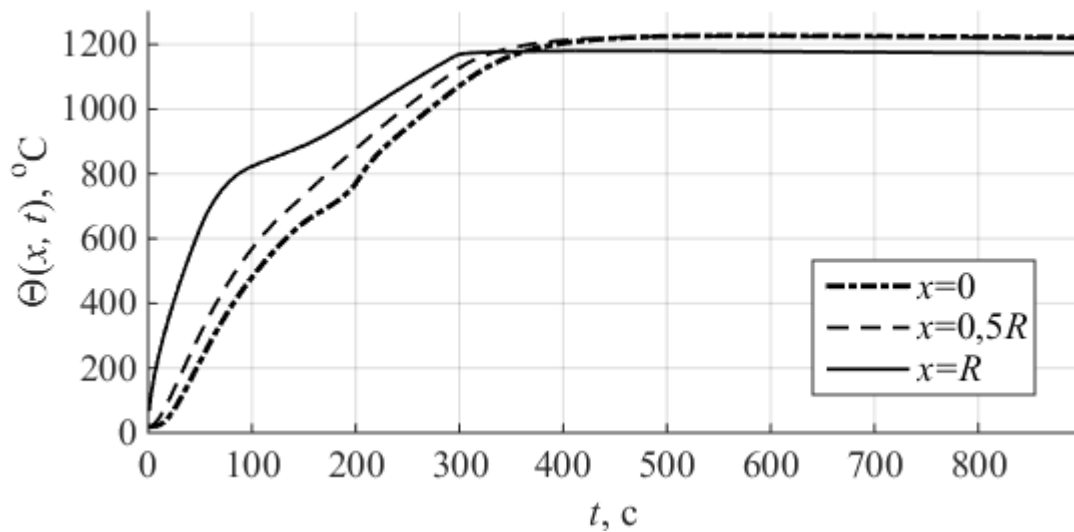


Рисунок 3.28 - Изменение температуры в оптимальном процессе индукционного нагрева в различных точках в центральном радиальном сечении заготовки

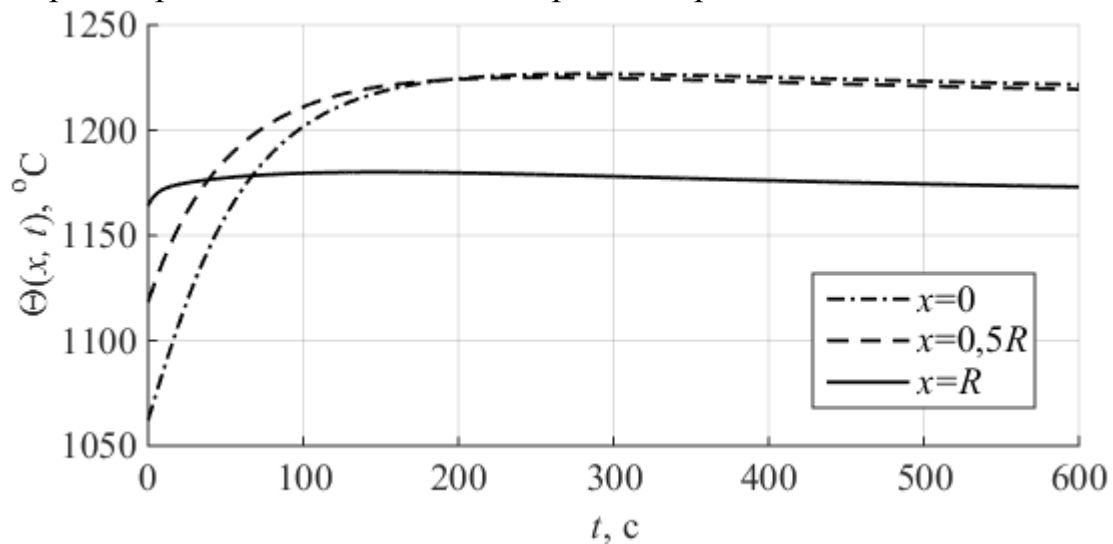


Рисунок 3.29 - Изменение температуры в различных точках в центральном радиальном сечении заготовки в оптимальном процессе стабилизации

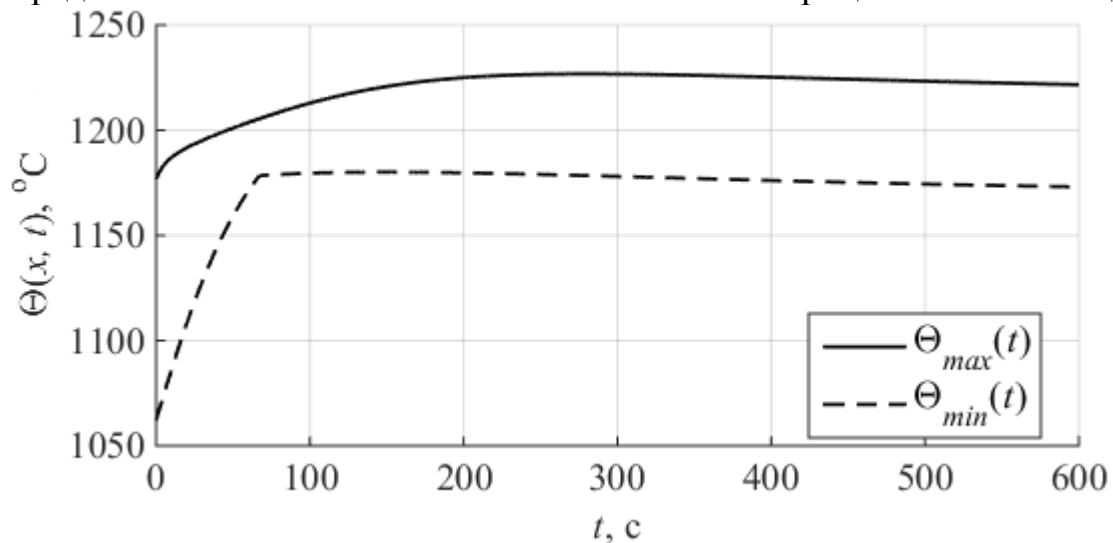


Рисунок 3.30 - Максимальная $\Theta_{max}(t)$ и минимальная $\Theta_{min}(t)$ температуры в центральном радиальном сечении заготовки в процессе оптимальной стабилизации

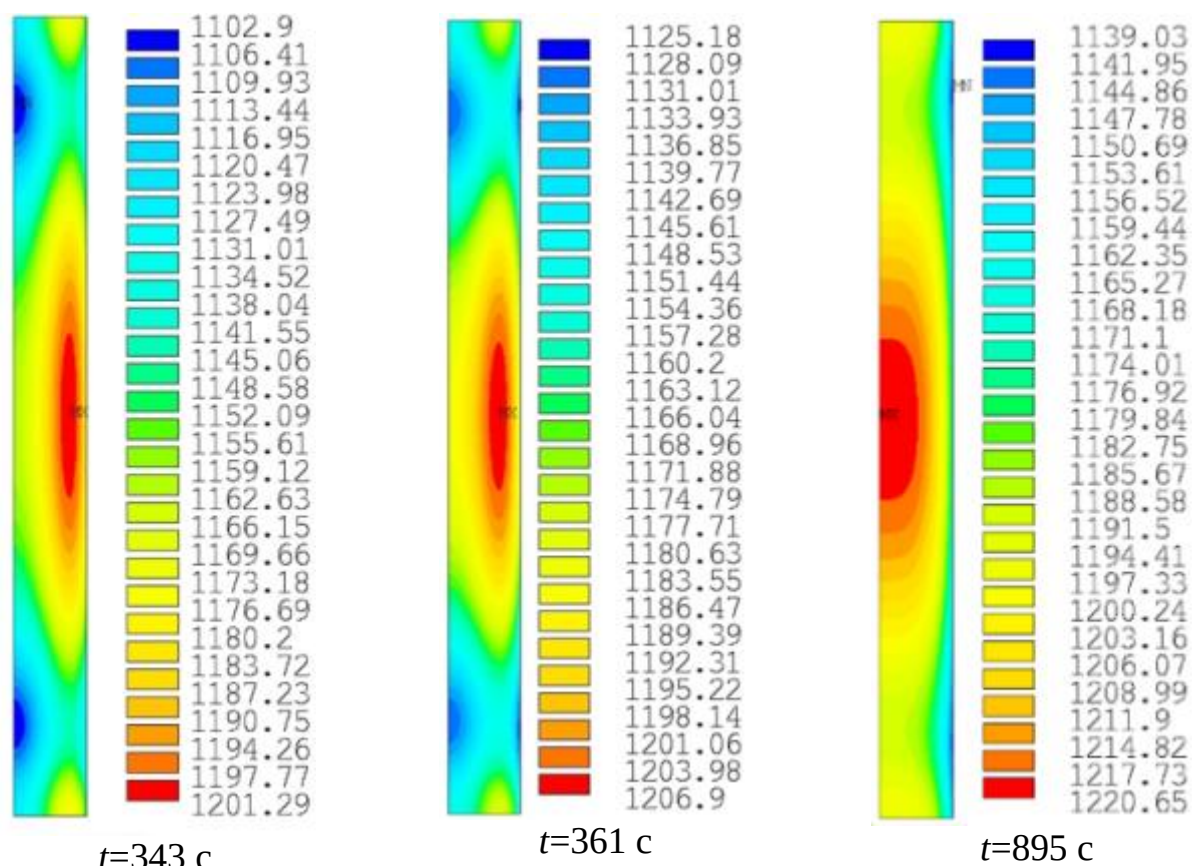


Рисунок 3.31 - Распределение температурного поля в продольном сечении заготовки в различные моменты времени

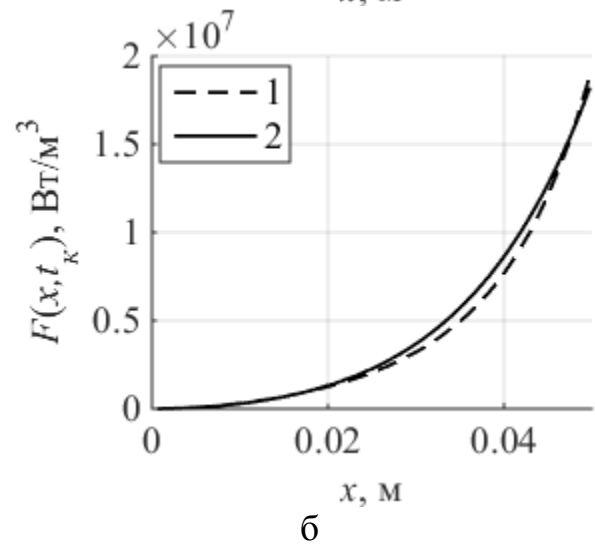
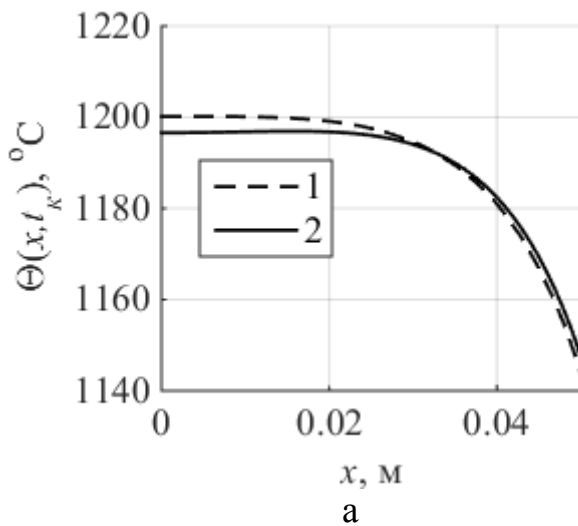
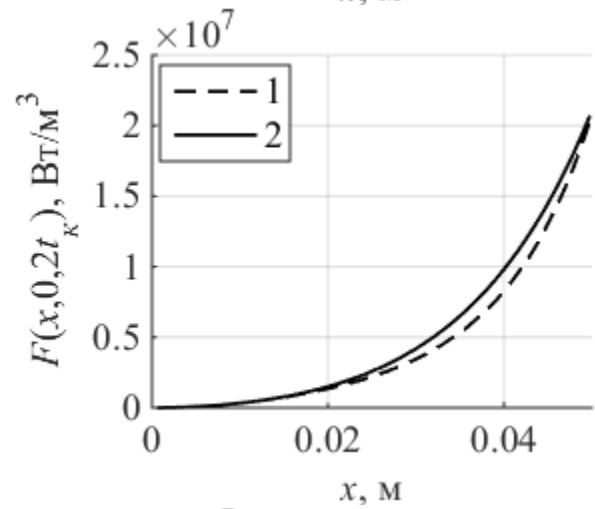
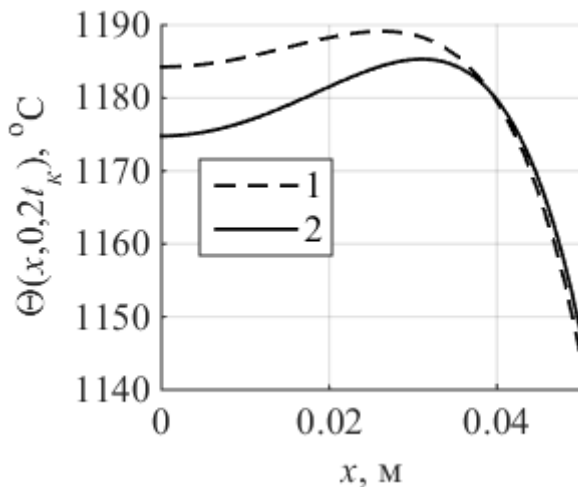
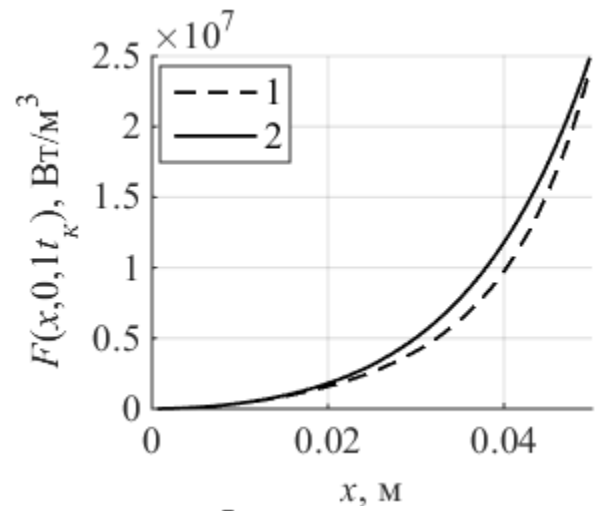
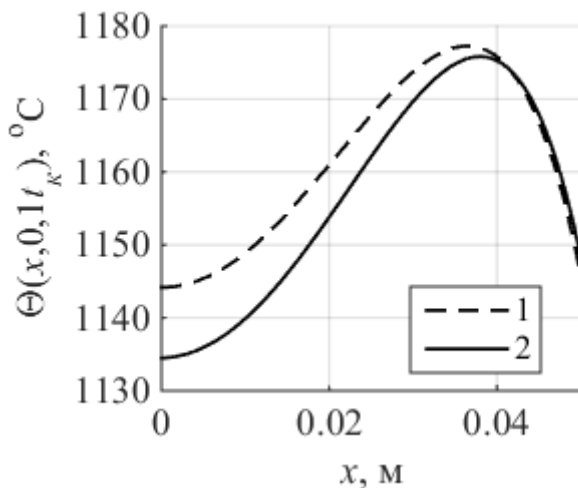
На рисунке 3.25 представлены кривые изменения температуры в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=R$ на торце заготовки в течение оптимального процесса нагрева, на рисунке 3.26 - кривые изменения температуры в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=x_M$, $x=R$ на торце заготовки в течение оптимального процесса стабилизации температурного поля. На рисунке 3.27 показано изменение напряжения в течение процесса стабилизации. На рисунке 3.28 представлены кривые изменения температуры в точках $x=0$, $x=0,5R$, $x=R$ центрального радиального сечения в течение оптимального процесса нагрева, на рисунке 3.29 - в течение оптимального процесса стабилизации температурного поля. На рисунке 3.30 продемонстрировано изменение максимального и минимального значений температуры в центральном радиальном сечении в оптимальном процессе стабилизации.

Из представленных результатов следует, что замкнутая система управления ПИНМ за время $t=343$ с обеспечивает достижение требуемого температурного распределения в центральном радиальном сечении с максимальным абсолютным отклонением 50 °С. При продолжении нагрева в момент времени $t=361$ с достигается

температурное распределение с максимальным температурным перепадом, равным 30°C , и максимальным абсолютным отклонением 25°C , далее процесс стабилизируется около требуемого состояния с максимальным абсолютным отклонением, не превышающим 27°C . Кроме того, полученные результаты моделирования температурного распределения в продольном сечении заготовки в моменты времени $t=343$ с, $t=361$ с, $t=895$ с, представленные на рисунке 3.31, позволяют сделать вывод, что с течением времени неравномерность температурного распределения по длине заготовки становится менее выраженной.

В этом случае для сравнения результатов, полученных с помощью одномерной и двумерной моделей, в исходные данные для одномерной модели необходимо внести изменения. В качестве начального температурного распределения следует принять температурное распределение по радиусу на торце заготовки, полученное при моделировании процесса индукционного нагрева в ПК ANSYS (подраздел 3.4) в момент времени $t=296$ с. Температуру окружающей среды Θ_{cp} необходимо принять равной 300°C в связи с тем, что в районе торца температура окружающей среды ниже, чем вблизи центрального сечения заготовки. Значение весового коэффициента ω^* следует принять равным 0,0767, а коэффициента Z - 0,9233, так как при одинаковом напряжении в ИНУ мощность внутренних источников тепла на торце больше, чем в центре заготовки в связи с явлением продольного краевого эффекта.

На рисунке 3.32 представлены распределения температуры и мощности внутренних источников тепла по радиусу заготовки для одномерной и двумерной моделей в различные моменты времени нагрева при измерении температуры в точке на торце заготовки. Анализ выявляет удовлетворительное совпадение результатов моделирования. Интегральная абсолютная оценка расхождения результатов моделирования не превышает 9,6% для температуры и 13,9% для мощности внутренних источников тепла. Приведенные результаты сравнения подтверждают возможность использования алгоритма оптимального управления (2.44), найденного в условиях принятых упрощений, для управления ПИНМ в условиях неравномерного характера распределения внутренних источников тепла в заготовке и теплопотерь с ее торцов.



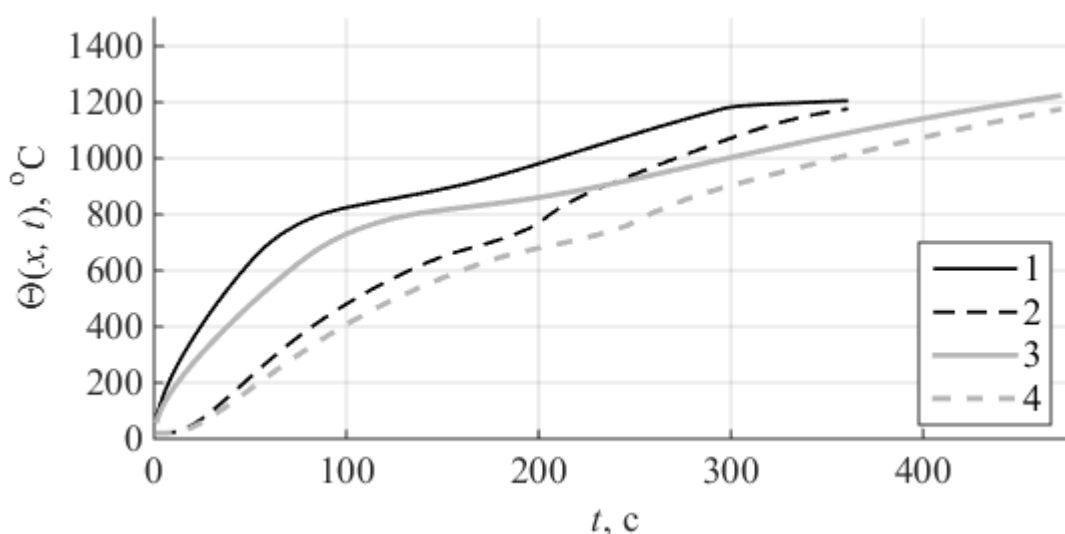
а – радиальное температурное распределение в центральном сечении, полученное для одномерной (1) и двумерной (2) моделей;
 б - радиальное распределение мощности внутренних источников тепла в центральном сечении, полученное для одномерной (1) и двумерной (2) моделей;
 Рисунок 3.32 – Сравнение результатов моделирования в различные моменты времени

Для оценки эффективности работы оптимального алгоритма управления было проведено сравнение с типовым режимом нагрева и с релейным управлением на этапе стабилизации температурного распределения.

Сравнение с типовым режимом нагрева

При типовом режиме требуемое температурное распределения с абсолютным отклонением, не превышающим 25°C , удастся достичь при нагреве с напряжением $U=475\text{ В}$.

На рисунке 3.33 приведено сравнение значений максимальной и минимальной температур в процессе индукционного нагрева при типовом режиме и при оптимальном алгоритме управления. Из представленных данных видно, что температурное распределение с абсолютным отклонением менее 25°C достигается при типовом режиме в момент времени $t=472\text{ с}$, а при оптимальном - в момент времени $t=361\text{ с}$.

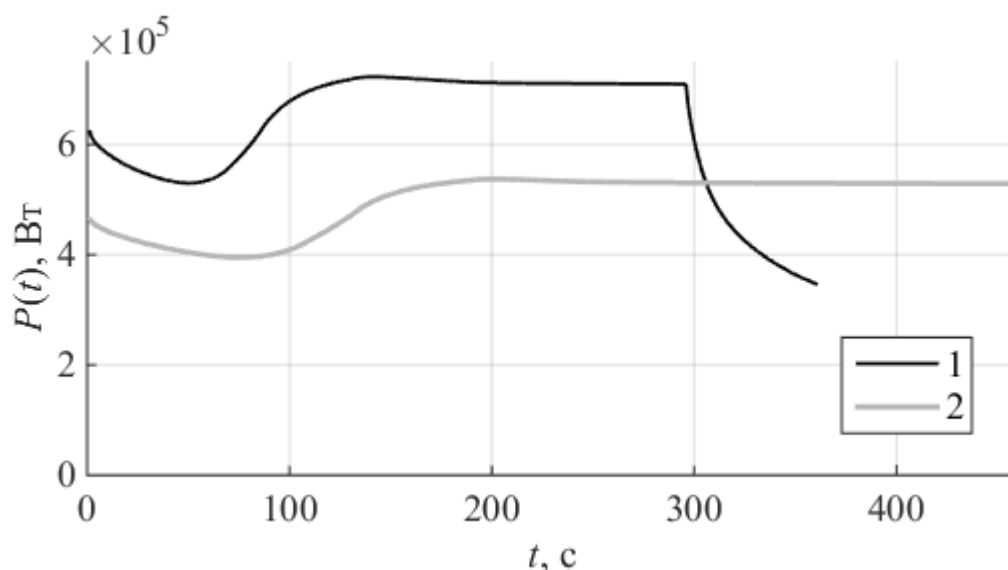


- 1 – максимальная температура при оптимальном управлении;
- 2 – минимальная температура при оптимальном управлении;
- 3 – максимальная температура при типовом режиме;
- 4 – минимальная температура при типовом режиме;

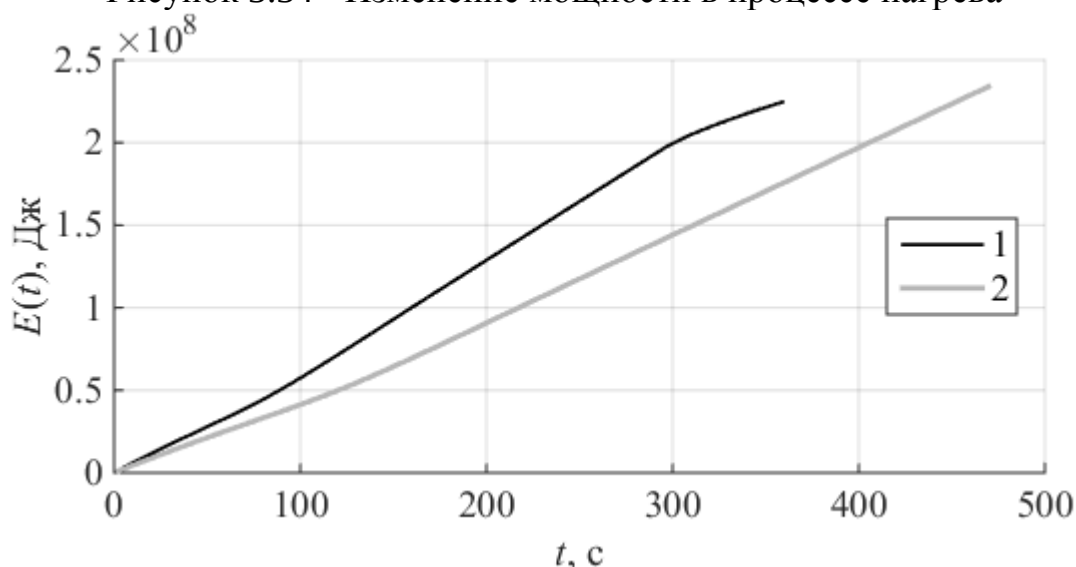
Рисунок 3.33 – Изменение температуры в центральном радиальном сечении заготовки в процессе нагрева

На рисунках 3.34 и 3.35 показано изменение потребляемой мощности в процессе стабилизации и расход энергии при оптимальном управлении и типовом

режиме нагрева. Экономия энергии при оптимальном алгоритме управления (2.44) составляет 4,4%.



1 - оптимальное управление; 2 – типовой режим;
Рисунок 3.34 - Изменение мощности в процессе нагрева



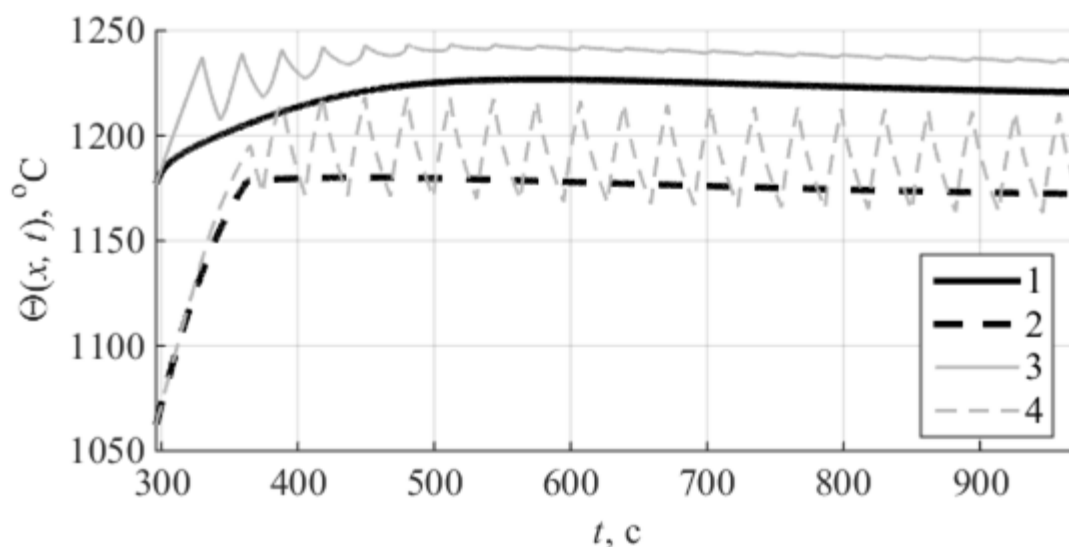
1 - оптимальное управление; 2 – типовой режим;
Рисунок 3.35 - Расход энергии в процессе нагрева

Сравнение с режимом стабилизации при релейном управлении

Система релейного управления работает следующим образом: в начале процесса нагрева напряжение $U=550$ В, далее в моменты времени, в которые температура в точке измерения $\Theta_M(t)$ принимает значения 1215°C и 1175°C срабатывает реле и напряжение U попеременно выключается и принимает максимальное значение 550 В, соответственно. Точка измерения при релейном

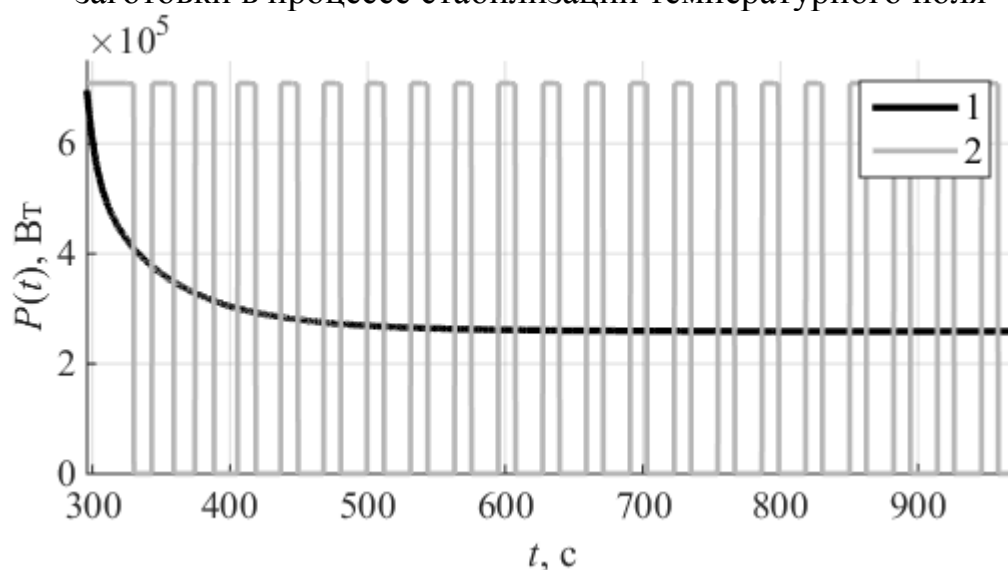
управлении расположена так же, как при оптимальном управлении, т.е. на торце заготовки на расстоянии $0,8 R$ от центральной продольной оси.

На рисунке 3.36 приведено сравнение изменения максимальной и минимальной температур в процессе стабилизации при оптимальном и при релейном управлении. Из представленных данных видно, что полученный алгоритм по сравнению с релейным управлением обеспечивает стабилизацию около требуемого значения температуры с меньшим абсолютным отклонением.



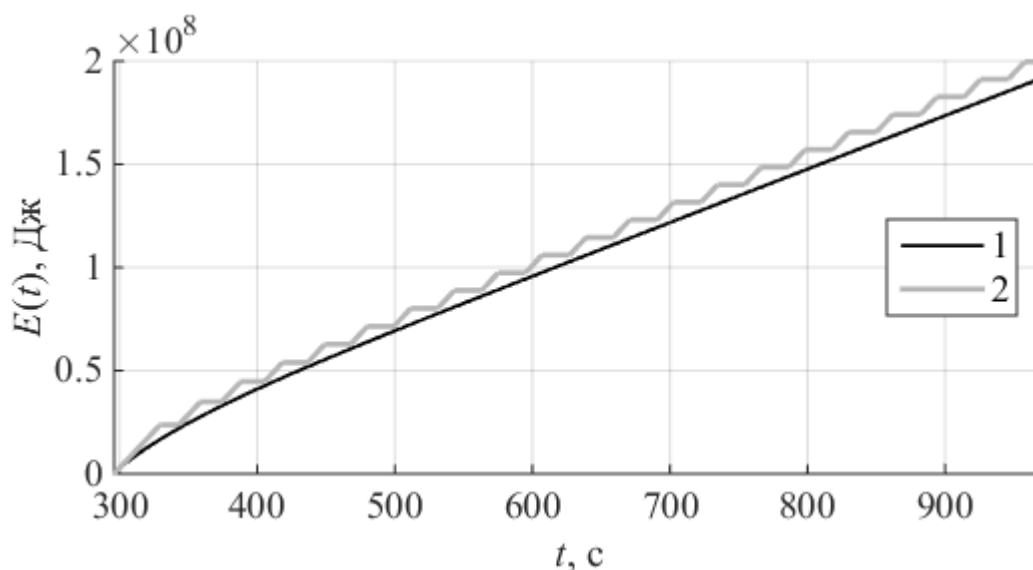
- 1 — максимальная температура при оптимальном управлении;
- 2 — минимальная температура при оптимальном управлении;
- 3 — максимальная температура при релейном управлении;
- 4 — минимальная температура при релейном управлении;

Рисунок 3.36 – Изменение температуры в центральном радиальном сечении заготовки в процессе стабилизации температурного поля



- 1 - оптимальное управление;
- 2 – релейное управление;

Рисунок 3.37 - Изменение мощности в процессе стабилизации



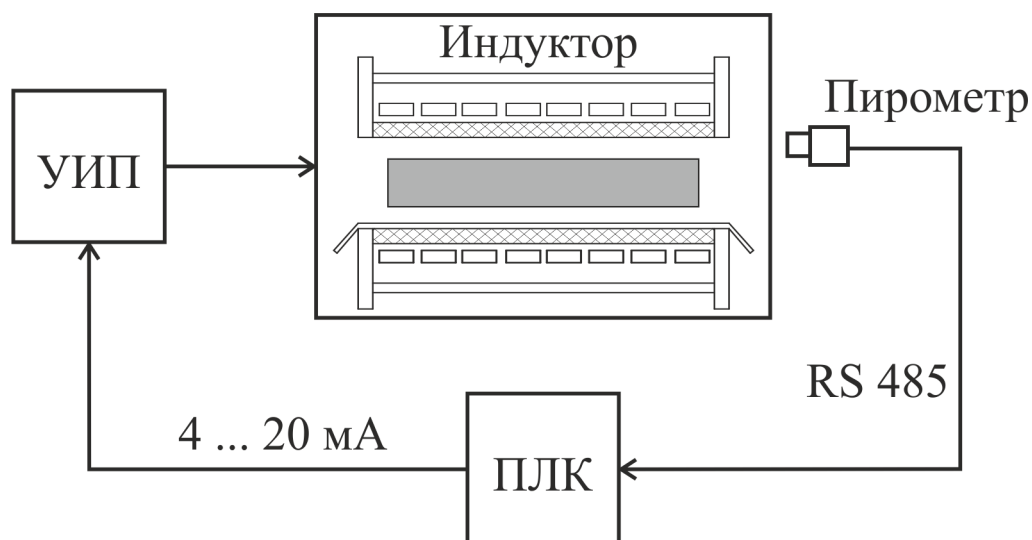
1 - оптимальное управление; 2 – релейное управление;

Рисунок 3.38 - Расход энергии в процессе стабилизации

На рисунках 3.37 и 3.38 показано изменение потребляемой мощности в процессе стабилизации и расход энергии при оптимальном и релейном управлениях. Экономия энергии в зависимости от длительности процесса стабилизации составляет от 2,5% до 13%.

3.6 Техническая реализация замкнутой системы оптимального управления технологическим процессом периодического индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок

Современные средства промышленной автоматизации позволяют осуществить техническую реализацию предлагаемой замкнутой системы управления ПИНМ. Предлагаемая схема реализации замкнутой системы оптимального управления технологическим процессом индукционного нагрева представлена на рисунке 3.39.



ПЛК – программируемый логический контроллер,

УИП – управляемый источник питания

Рисунок 3.39 – Функциональная схема системы оптимального управления процессом индукционного нагрева

Для измерения температуры предлагается использовать пирометр LumaSense IMPAC IGA 320/23 (рисунок 3.40), наличие у которого аналогового выхода и цифрового интерфейса RS-485 обеспечивает надежную передачу данных на контроллер на большие расстояния.

Основные характеристики пирометра IGA 320/23:

- диапазон измерения 200°C – 1800°C;
- время отклика от 2 мсек;
- погрешность – 0,5%;
- аналоговый выход 0 или 4 - 20 мА.



Рисунок 3.40 - Пирометр IGA 320/23



Рисунок 3.41 - ПЛК Fastwel 713

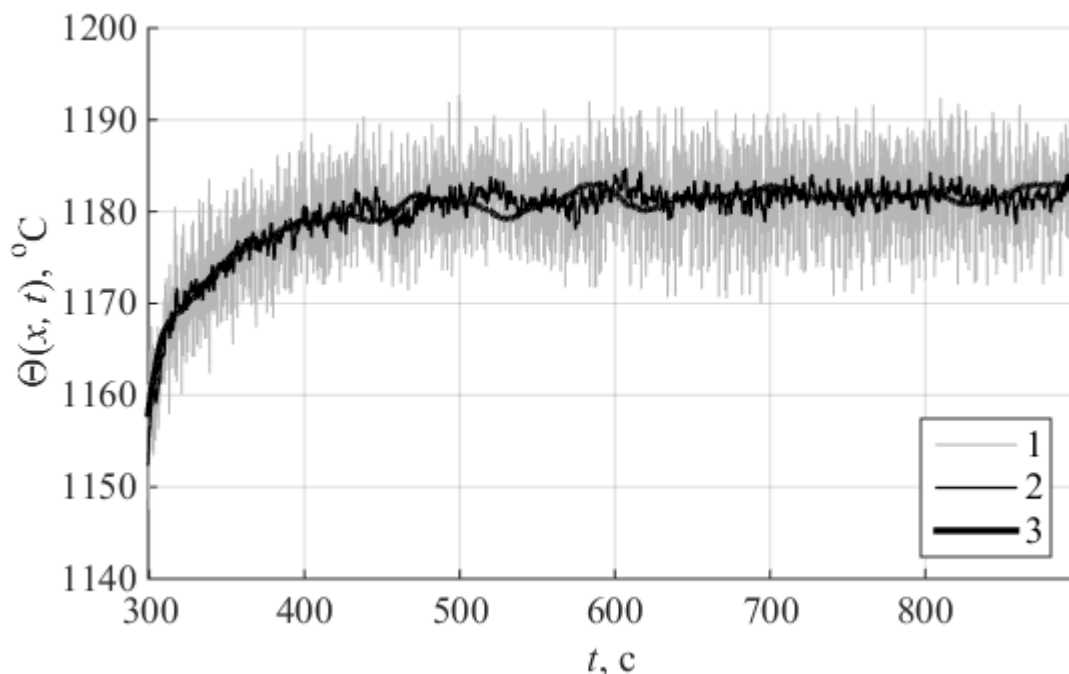
Для аппаратной реализации алгоритма управления был выбран программируемый контроллер Fastwel 713 (рисунок 3.41) производства компании Fastwel (Россия).

Основные характеристики ПЛК Fastwel 713:

- 32-разрядный процессор с тактовой частотой 600 МГц;
- напряжение питания - 24 В (+20%/-15%);
- потребляемый ток - 0,15 А;
- рабочая температура - От - 40°C до +85°C;
- относительная влажность воздуха - до 95% при 50°C без конденсации влаги;

Контроллер в конфигурации с модулями ввода-вывода осуществляет фильтрацию входного сигнала и формирует управляющий сигнал, передаваемый к управляемому источнику питания.

Рисунки 3.42–3.45 демонстрируют результаты моделирования оптимального процесса периодического индукционного нагрева с учетом погрешности измерения.



1- значение сигнала на выходе измерителя; 2 - значение сигнала на выходе ФНЧ; 3 - значение фактической температуры в точке измерения;

Рисунок 3.42 – Сравнение значений фактической температуры в точке измерения и сигналов с выхода измерителя и ФНЧ

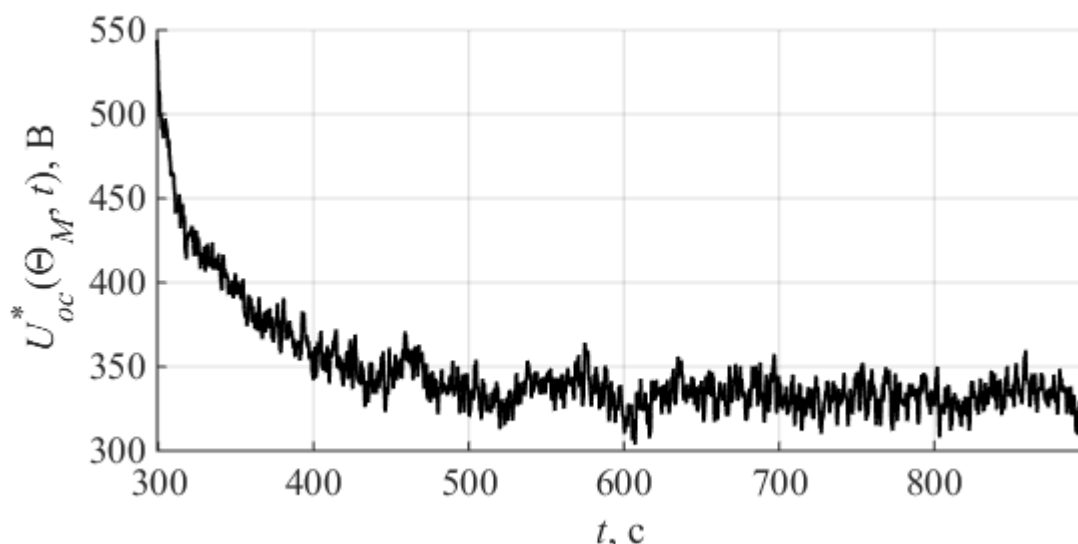


Рисунок 3.43 - Изменение управляющего воздействия в оптимальном процессе стабилизации

На рисунке 3.42 представлено изменение температуры в точке измерения, изменение значения на выходе датчика температуры с учетом погрешности измерения, изменяющейся в пределах 1% от фактического значения температуры, и изменение значения сигнала на выходе фильтра низких частот (ФНЧ) с искажением, обусловленным задержкой сигнала. На рисунке 3.43 показано изменение напряжения в оптимальном процессе стабилизации, значение которого зависит от сигнала на выходе ФНЧ.

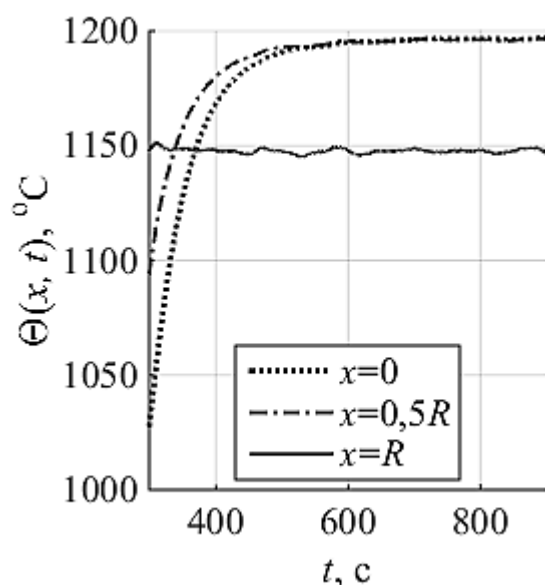


Рисунок 3.44 - Изменение температуры в различных точках на торце заготовки в оптимальном процессе стабилизации

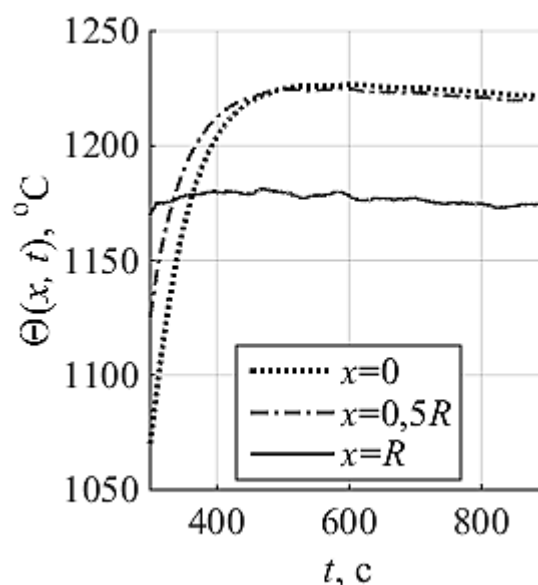


Рисунок 3.45 – Изменение температуры в различных точках в центральном сечении заготовки в оптимальном процессе стабилизации

Кривые изменения температуры в точках с радиальными координатами $x=0$, $x=0,5R$, $x=R$ на торце и в центральном сечении заготовки, представленные на рисунках 3.44 и 3.45, имеют высокую сходимость с графиками изменения температуры без учета погрешности измерения, представленным и на рисунках 3.26, 3.29, и показывают, что система автоматического управления на основе разработанного алгоритма оптимального управления (2.44) позволяет достичь требуемого температурного распределения и стабилизировать температурный режим в течение требуемого по технологии времени в условиях действующих возмущений, вызванных погрешностью измерения.

Таким образом, из приведенных данных можно сделать вывод о применимости системы стабилизации на основе найденного алгоритма для работы в реальных условиях.

3.7 Основные результаты и выводы

1. Представлена базовая математическая модель взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе индукционного нагрева металла, описываемая системой нелинейных уравнений Максвелла и Фурье, решение которой возможно только численными методами с использованием современных универсальных и специализированных программных продуктов для разработки цифровых электротепловых моделей процессов.

2. Проведен обзор современных методов и средств численного моделирования объектов технологической теплофизики с распределенными параметрами. Наличие большого числа конкурирующих многофункциональных и специализированных программных пакетов, предназначенных для численного моделирования поведения электротепловых полей, показывает их востребованность для анализа и оптимизации электротехнологических процессов, в том числе при разработке, проектировании и исследовании ИНУ.

3. Разработана одномерная численная модель процесса индукционного нагрева с усредненными постоянными значениями теплофизических параметров и нелинейными граничными условиями. Модель, построенная путем конечно-

разностной аппроксимации дифференциального уравнения объекта, представляет собой систему линейных алгебраических уравнений, которая была решена методом прогонки в программном пакете *MATLAB*. Данная модель интегрирована в систему управления при реализации найденного в аналитической форме алгоритма оптимального управления с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек нагреваемой заготовки.

Результаты расчетов показали, что система с обратной связью и интегрированной конечно-разностной моделью управляемого процесса в контуре, реализующая разработанный алгоритм оптимального управления, обеспечивает достижение требуемых температурных кондиций с удовлетворительной точностью и позволяет стабилизировать достигнутый температурный режим в течение требуемого по технологии времени.

4. Для учета температурных зависимостей электромагнитных и теплофизических параметров процесса, сложной геометрии индукционной нагревательной системы, неравномерности распределения внутренних источников тепла по длине и радиусу заготовки, нелинейных законов теплообмена с окружающей средой и других усложняющих факторов, соответствующих реальным условиям технической реализации процесса, в пакете прикладных программ *ANSYS* разработана и верифицирована по экспериментальным данным нелинейная двумерная численная модель. Разработанная модель интегрирована в систему управления с обратной связью по температуре, измеряемой в одной из точек нагреваемой заготовки, при реализации найденного в аналитической форме алгоритма оптимального управления.

Результаты расчетов показали, что система с обратной связью и интегрированной нелинейной численной двумерной моделью управляемого процесса в контуре, реализующая разработанный алгоритм оптимального управления, обеспечивает достижение требуемых температурных кондиций с удовлетворительной точностью и позволяет стабилизировать достигнутый температурный режим в течение требуемого по технологии времени при

измерении температуры как на поверхности заготовки в ее центральном сечении, так и на торце заготовки.

5. Получены и проанализированы результаты сравнения оптимального управления одномерной и двумерной численными моделями в условиях всегда неполного измерения состояния ОРП, когда вся доступная информация об управляемой функции состояния, в качестве которой выступает температурное распределение по радиусу или по объему заготовки, исчерпывается значением температуры, измеряемой в одной точке с фиксированной координатой. Представлены хорошо согласующиеся результаты сравнения оптимального управления одномерной и двумерной численными моделями, что подтверждает обоснованность применяемого подхода.

6. Проведена оценка эффективности работы систем оптимального управления на основе предлагаемого алгоритма (2.44), которая показала снижение энергозатрат на 4,4% по сравнению с типовым режимом нагрева, а также повышение точности стабилизации температуры около требуемого значения и снижение энергозатрат от 2,5% до 13% по сравнению со стабилизацией при релейном управлении.

7. Предложена техническая реализация системы оптимального управления с использованием пирометра LumaSense IGA 320/23 и программируемого логического контроллера FASTWEL I/O. Результаты моделирования ПИНМ в замкнутой системе оптимального управления с учетом погрешности измерения и работы фильтра низких частот свидетельствуют о применимости полученных в диссертации результатов в реальных условиях функционирования промышленных технологических линий для обработки металлов давлением с предварительным индукционным нагревом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Разработана основанная на методе динамического программирования методика решения задачи АКОР, сформулированной как задача векторной оптимизации температурных режимов индукционного нагрева с критерием оптимальности в форме линейной свертки типовых показателей качества, представляющей собой взвешенную сумму интегральной квадратичной ошибки регулирования и расхода энергии на процесс управления, в условиях неполного измерения состояния объекта.

2. Формулировка задачи АКОР применительно к одномерному уравнению теплопроводности с нелинейными граничными условиями, учитывающими теплотери за счет излучения и конвекции, позволила получить алгоритм оптимального управления температурным режимом процесса индукционного нагрева в аналитической форме как функцию температуры, измеряемой в одной фиксированной точке нагреваемой заготовки.

3. Разработаны и верифицированы нелинейные численные модели взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей в процессе индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок в замкнутой системе оптимальной стабилизации температурного режима перед обработкой давлением.

4. Полученный в диссертации алгоритм оптимальной стабилизации температурных режимов индукционного нагрева в замкнутых системах управления с обратной связью по температуре, измеряемой в одной фиксированной точке заготовки, исследован с использованием разработанных численных нелинейных моделей взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей.

5. Проведен анализ полученных результатов и обоснована их практическая применимость при построении замкнутых оптимальных систем управления температурным режимами индукционного нагрева в условиях неполного объема информации о технологическом процессе.

6. Проведена оценка эффективности работы систем оптимального управления на основе предлагаемого алгоритма, которая показала снижение энергозатрат на 4,4% по сравнению с типовым режимом нагрева, а также повышение точности стабилизации температуры около требуемого значения и снижение энергозатрат от 2,5% до 13% по сравнению со стабилизацией при релейном управлении.

7. Предложена техническая реализация системы оптимального управления с использованием пирометра LumaSense IGA 320/23 и программируемого логического контроллера FASTWEL I/O.

8. Результаты моделирования ПИНМ в замкнутой системе оптимального управления с учетом погрешности измерения и работы фильтра низких частот подтвердили возможность применения полученных в диссертации результатов в реальных условиях функционирования промышленных технологических линий для обработки металлов давлением с предварительным индукционным нагревом.

Дальнейшие перспективы развития полученных результатов могут быть связаны с:

- синтезом замкнутой системы оптимального управления процессом индукционного нагрева с обратными связями по температуре, измеряемой в нескольких точках заготовки;
- решением задачи синтеза замкнутых систем оптимального управления средствами АКОР при неполном измерении состояния для других технологических процессов, описываемых уравнениями параболического типа;
- решением задачи совместной оптимизации процессов измерения и управления, в которой требуется найти такие характеристики реализуемых измерительных устройств, при которых алгоритмы оптимального управления с обратными связями по измеряемым величинам обеспечивают достижение экстремальных значений показателей качества.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. – 2-е изд. переработ. и доп. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 384 с.
2. Артур М.Х. Синтез алгоритмов оптимального управления процессом индукционного нагрева стальной цилиндрической заготовки при неполном измерении состояния // Вестн. самарского гос. техн. ун-та. Техн. науки. 2017. №3 (55). С. 7 - 15
3. Артур М.Х., Плешивцева Ю.Э. Синтез замкнутой системы оптимального управления численной моделью процесса индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок. Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия. Технические науки, 2018, № 1, с. 29-36.
4. Базаров А.А Синтез замкнутой системы управления для объекта с распределенными параметрами. //Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2002. № 16. С. 212-215.
5. Безручко И.И. Индукционный нагрев для объемной штамповки – Л.: Машиностроение. Ленинградс. отд-ние, 1987 – 126 с.
6. Бенерджи П., Баттерфилд Р. Метод граничных элементов в прикладных науках: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 494 с.
7. Богданов В.Н., Рыскин С.Е. Применение сквозного индукционного нагрева в промышленности: М.-Л.: Машиностроение, 1965. - 96 с.
8. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS: учеб, пособие для студ. высш. учеб. заведений / О.Б. Буль – М.:Издательский центр «Академия», 2006. – 288 с.
9. Бурак Я.И. Оптимизация переходных процессов в термоупругих оболочках / Я.И. Бурак, Ю.Д. Зозуляк, Б.В. Гера. - Киев: Наукова думка, 1984. – 156 с.
10. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами, издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, М., 1975. – 568 с.

11. Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. – М.: Наука, 1977. – 320 с.
12. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1965. – 474 с.
13. Бутковский А.Г., Малый С.А., Андреев Ю.Н. Оптимальное управление нагревом металла. – М.: Metallurgy, 1972.- 439 с.
14. Бутковский А.Г., Малый С.А., Андреев Ю.Н. Управление нагревом металла. – М.: Metallurgy, 1981.- 272 с.
15. Бутковский А.Г., Пустыльников Л.М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1980. – 383 с.
16. Вайнберг А.М. Индукционные плавильные печи / А.М. Вайнберг. – М.: Энергия, 1967. – 415 с.
17. Глуханов Н.П. Физические основы высокочастотного нагрева. М.-Л., Изд. «Машиностроение», 1965. – 80 с.
18. Григолюк Э.И. Оптимизация нагрева оболочек и пластин / Э.И. Григолюк, Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак. - Киев: Наукова думка, 1979. – 364 с
19. Гуревич, Л.М. Компьютерное моделирование процессов обработки металлов давлением. Введение в Abaqus: учеб. пособие / Л.М. Гуревич, В.М. Волчков, В. Ф. Даненко ; ВолгГТУ . – Волгоград , 2015. – 96 с
20. Данилушкин А.И.. Оптимальное управление процессом индукционного непрерывного нагрева: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Ленинград, 1979. – 16 с.
21. Дегтярев Г.Л. Синтез оптимального управления в системах с распределенными параметрами при неполном измерении состояния / Г.Л. Дегтярев, Т.К. Сиразетдинов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1983. № 2. С. 123-136
22. Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К. Теоретические основы оптимального управления упругими космическими аппаратами. М.: Машиностроение, 1986. – 216 с.

23. Демидович В.Б. Оптимальное проектирование индукционных нагревателей с использованием численных моделей / В.Б. Демидович, Ф. В. Чмиленко, И.И. Растворова // Индукционный нагрев. – 2011. - №15. – С. 6-10.
24. Демидович В.Б. Компьютерное моделирование и оптимальное проектирование энергосберегающих технологий индукционного нагрева металлов. Известия Российской академии наук. Энергетика. 2012. № 6. С. 48-63.
25. Дидук Г.А., Золотов О.И., Пустыльников Л.М. Специальные разделы теории автоматического регулирования и управления. Теория СРП. Учеб. Пособ. с грифом Минобразования. — СЗТУ СПб., 2000. 172 с.
26. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978. – 464 с.
27. Егоров Ю.В. Необходимые условия оптимальности в банаховом пространстве // Математ. сб. (новая серия), 1964. Т.64 (106), №1, с.79-101.
28. Зимин Л.С. Оптимальное проектирование систем индукционного нагрева в технологических комплексах обработки металла давлением: Автореф. дисс... докт. техн. наук.– Л., 1987. – 30 с.
29. Казаков А.А. Разработка и исследование алгоритмов и систем оптимального управления индукционным нагревом металла: Автореф. дис. ... канд. техн. наук / Куйбышев, 1975. – 24 с.
30. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. Ansys в руках инженера Практическое руководство. - М.: Едиториал УРСС, 2003. - 272 с.
31. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.:Высш. шк., 2001. – 550 с.:ил.
32. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы: Учеб. пособие. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
33. Коваль В.А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем. Саратов: СГТУ, 1997. – 192 с.
34. Коваль, А. В. Решение задач распределенного управления на основе спектрального метода А. В. Коваль // Вестник Саратовского государственного технического университета. - 2011. - № 61. - С. 96-105.

35. Коваль, В.А. Метод пространственно-частотной декомпозиции для управления в трехмерном евклидовом пространстве / В.А. Коваль // Аналитические методы синтеза регуляторов: межвуз. науч. сб. Саратов: СПИ. – 1982. – С. 31-36.
36. Ковка и объемная штамповка стали : в 2 т. : справочник / под ред. М. В. Сторожева. - 2-е изд., перераб. - М. : Изд-во "Машиностроение", 1967 - . Т. 1 / А.Н. Брюханов [и др.] ; ред. С. Б. Кирсанова. - 1967. - 435 с.
37. Колесников А.А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления - М.: Энергоатомиздат, 1987 — 160 с.
38. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. -М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344.
39. Коломейцева М.Б. Методология и опыт применения цифрового моделирования для оптимизации процессов промышленного нагрева металла: Автореф. дис... доктора техн. наук. – М., 1986. – 37 с.
40. Коломейцева М.Б. Оптимизация нагрева сплошного цилиндра в индукторе / М.Б.Коломейцева, С.А. Панасенко // Техническая кибернетика, Тр. МЭИ. – М.: МЭИ, 1972 вып. 95. – С. 139-143.
41. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) М, 1973. - 832
42. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 476 с.
43. Кубышкин В.А., Финягина В.А. Подвижное управление в системах с распределенными параметрами. – М.: Синтег, 2005.
44. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности: учебное пособие. / Г.В. Кузнецов, М.А. Шеремет. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с
45. Лапицкая М.Х. Численное моделирование температурного поля стальной цилиндрической заготовки в процессе периодического индукционного нагрева // В сборнике: Проблемы управления и моделирования в сложных системах Труды XVI Международной конференции. Институт проблем управления сложными системами, Самарский научный центр Российской академии наук; Под ред.: Е.А. Федосова, Н.А. Кузнецова, В.А. Виттиха. 2014. С. 81-85.

46. Левин И.С. Синтез оптимальных по быстродействию систем управления с распределенными параметрами в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта: Автореф. дис... канд. техн. наук. – Самара, 2017. – 20 с.
47. Лелевкина Л.Г. Вариационный подход к решению задачи индукционного нагрева// Математические методы оптимизации систем с распределенными параметрами. – Фрунзе: Илим, 1975. – С. 96-109.
48. Летов, А.М. Аналитическое конструирование регуляторов. I – IV / А.М. Летов // Автоматика и телемеханика. – 1960. – Т. XXI. – № 4–6.
49. Лившиц М.Ю. Разработка и исследование адаптивной системы оптимального управления процессом индукционного нагрева металла с прогнозирующей моделью: Автореф. дис... канд. техн. наук. – Москва, 1982. – 19 с.
50. Лившиц М.Ю. Теория и алгоритмы оптимального управления термодиффузионными процессами технологической теплофизики по системным критериям качества: Автореф. дис... докт. техн. наук. – Самара, 2001. – 46 с.
51. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. – М.: Мир, 1972.
52. Лурье К.А. Оптимальное управление в задачах математической физики. – М.: Наука, 1975
53. Лыков А.В. Теория теплопроводности/ А.В. Лыков. – М., Высшая школа, 1967, 599 с.
54. Малешкин Н.И. Алгоритмизация и автоматизация переходных режимов работы индукционных установок непрерывного действия для нагрева перед прессованием крупногабаритных слитков из алюминиевых сплавов: Автореф. дис... канд. техн. наук. – Куйбышев, 1986. – 24 с.
55. Малый С.А. Экономичный нагрев металла.– М., Металлургия, 1967. - 191 с.
56. Мартыненко Н.А., Пустыльников Л.М. Конечные интегральные преобразования и их применение к исследованию систем с распределенными параметрами . – М.: Наука, 1986. – 304 с.

57. Методы расчета электрических и магнитных полей: учебный комплект /В.Э. Фризен, И.В.Черных, С.А.Бычков, Ф.Е.Тарасов. –Екатеринбург: УрФУ, 2014. – 176 с.
58. Наке Б. Теоретические основы и аспекты электротехнологий. Физические принципы и реализация.Интенсивный курс Основы I/ Наке Б., Баке Э., Лупи С., Дугиеро Ф., Форцан М., Барглик Д., Смальцеж А., Долега Д., Якович А., Павлов С., Алиферов А.И., Горева Л.П. – Спб.:СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012. - 356 с.
59. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. - Д.: Энергоатом-издат, 1988. - 280 с.
60. Носов П.И. Моделирование и оптимизация режимов нагрева слитков из алюминиевых сплавов в индукционных установках полунепрерывного действия: Автореф. дисс... канд. техн. Наук. – Ленинград, 1982. – 20 с.
61. Оптимизация и управление электротехнологическими системами. Интенсивный курс. Специализация III / А.И. Алиферов, Э. Бааке, Д. Барглик, Р. Бикеев, Ф. Брессан, П. Ди Барба, Л. Горелова, С. Лупи, Б. Наке, А.Н. Никаноров, С. Павлов, Ю.Э. Плешивцева, Э.Я. Рапопорт, А. Смальцеж, С. Спитан, М. Форцан, А. Якович. – СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. –266 с.
62. Павлов Н.А. Инженерные тепловые расчеты индукционных нагревателей / Н.А. Павлов. – М.–Л.: Энергия, 1978. – 120 с.
63. Павлов Н.А. Управление нагревом в индукционной проходной печи / Н.А. Павлов, Н.Н. Смирнов.– Известия ЛЭТИ, 1980, вып. 273, с. 43–48.
64. Першин И.М. Синтез систем с распределенными параметрами. - Пятигорск, 2002. – 212 с.
65. Плешивцева Ю.Э. Разработка и исследование пространственно-временных алгоритмов оптимального управления технологическими процессами тепломассопереноса: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Самара, 1996. – 20 с.
66. Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования. 2-е издание, дополненное и переработанное, Казанцев Е.И. М., Металлургия, 1975. - 368 с.
67. Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000. - 336 с.

68. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М.:Высш.шк., 2005. – 292 с.
69. Рапопорт Э.Я. Аналитическое конструирование агрегированных регуляторов в системах с распределенными параметрами // Известия РАН. Теория и системы управления, 2012. №3. С. 38-54
70. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами: Учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. - М.: Высш.шк., 2009. – 677 с. ил.
71. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. М.: Металлургия, 1993. – 279 с.
72. Рапопорт Э.Я. Проблемы и методы прикладной теории управления системами с распределенными параметрами (пленарный доклад) // Управление и информационные технологии (УИТ-2005): Сб. докл. 3ей Всероссийской науч. конф.- С.Петербург: СПбГЭТУ, 2005. Т.1. С.22-35
73. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие / Э.Я. Рапопорт. – М.:Высш.шк., 2003. – 299 с.
74. Рапопорт Э.Я. Плешевцева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева / Э.Я. Рапопорт, Ю.Э. Плешивцева. - М.: Наука, 2012. - 309 с.
75. Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э. Проблемы и методы теории и техники оптимального управления системами с распределенными параметрами // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XV Международной конференции (25-28 июня 2013г. Самара, Россия)/Под ред.: акад. Е.А. Федосова, акад .Н.А. Кузнецова, проф. В.А. Виттиха - Самара: Самарский научный центр РАН, 2013, С.46-54.
76. Рей У. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983. 368 с.
77. Самарский А. А. Теория разностных схем. – 3-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. – 616 с.

78. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М., Наука, Физ.мат.лит., 1989. – 432 с.
79. Синдяков Л.В. Оптимизация энерготехнологических характеристик установившихся режимов работы индукционных установок непрерывного действия для нагрева стальных заготовок: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Ленинград, 1984. – 19 с.
80. Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1977. 480 с.
81. Сиразетдинов Т.К. Синтез систем с распределенными параметрами при неполном измерении / Т.К. Сиразетдинов // Известия вузов. Авиационная техника. 1971. № 3. С. 37-43
82. Сиразетдинов, Т.К. К аналитическому конструированию регуляторов в процессах с распределенными параметрами, Автомат. и телемеханика, 1965, том 26, выпуск 9, С. 1481–1489
83. Сиразетдинов, Т.К. К аналитическому конструированию регуляторов для магнитогидродинамических процессов. I, II, Автомат. и телемех., 1967, выпуск 10, 41–52
84. Сиразетдинов, Т.К. К аналитическому конструированию регуляторов в процессах с распределенными параметрами / Т.К. Сиразетдинов // Тр. Ун-та Дружбы народов им. П. Лумумбы. – М.: 1968. – Т. 27. – Вып.5. –С. 15-19.
85. Теория автоматического управления. Ч. I. / Под ред. А.А. Воронова – М.: Высшая школа, 1986. - 367 с.
86. Термоупругость электропроводных тел/ Я.С. Подстригач, Я.И.Бурак, А.Р. Гачкевич и др. - Киев: Наукова думка, 1977. – 248 с.
87. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304 С.
88. Установки индукционного нагрева/ А.Е. Слухоцкий, В.С. Немков, Н.А. Павлов и др. – Л.: Энергоиздат, Ленинградское отделение, 1981. - 326 с
89. Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. – М.: Наука, 1971. - 744 стр.

90. Чубаров Е.П. Управление системами с подвижными источниками воздействия. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 289 с.
91. Шамов А.Н., Бодажков В.А. Проектирование и эксплуатация высокочастотных установок Изд. 2-е, доп. и перераб. Л., «Машиностроение», (Ленинград. отд-ние), 1974. - 280 с.
92. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. –М.: Мир, 1988. – 544 с.
93. Яицков С.А. Ускоренный изотермический индукционный нагрев кузнечных заготовок. - М.: Машгиз, 1962. - 96 с.
94. Becker A.A. The boundary element method in engineering: A complete course. – McGraw-Hill, 1992. – 337 p.
95. Chari M.V.K., Salon S.J. Numerical methods in electromagnetism, Academic Press, San Diego, CA, 2000. – 359 p.
96. Di Barba P., Pleshivtseva Y., Rapoport E., Forzan M., Lupi S., Sieni E., Nacke B., Nikanorov A. Multi_objective optimisation of induction heating processes: Methods of the problem solution and examples based on benchmark model. International Journal of Microstructure and Materials Properties. 2013, no. 8 (4–5), pp. 357–372.
97. Jakubovičová L. Gašparec A., Kopas P., Sága M. / Optimization of the Induction Heating Process in Order to Achieve Uniform Surface Temperature // Procedia Engineering 136 (2016), pp.125-131
98. Jian-Ming Jin, Theory and Computation of Electromagnetic Fields, 1st Edition - Wiley-IEEE Press, 2010. - 616 p.
99. K. Blinov, A. Nikanorov, B. Nacke, M. Klopzig. Numerical simulation and investigation of induction through-heaters in dynamic operation mode. COMPEL The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering. Selected papers from the Heating by Electromagnetic Sources Symposium 2010, HES 2010, ISSN 0332-1649, Volume 30, Number 5, 2011, pp. 1539-1549.
100. Lavers, J.D., State of the Art of Numerical Modelling for Electromagnetic Processing of Metallic Material International Scientific Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing Hannover, October 27-29, 2008, pp.5-10

101. Lehner G. Electromagnetic field theory for engineers and physicists. 1st Edition. – Springer, 2008. - 659 p.
102. Leuca T, Nagy Ş, Trip, H Silaghi ND, Mich-Vancea C. Optimal design for induction heating using genetic algorithms. *Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Électrotechnique et Énergétique*, 60 (2), 2015, pp.133-142
103. Leuca T., Trip ND., Silaghi H., Burca A. Design of experiments approach for induction heating optimization. *Revue Roumaine des Sciences Techniques, Série Électrotechnique et Énergétique*, 61 (2), 2016, pp.169-172
104. Naar R., Bay F. Numerical optimisation for induction heat treatment processes, *Applied Mathematical Modelling*, 37(4), pp. 2074-2085
105. Pleshivtseva Yu.E., Nikanorov A.N., Blinov K.Yu, Tkachev I.A., Simulation of temperature field in the process of induction through heating. *European researcher*. 2011. № 5-1 (7). C. 635-637
106. Rapoport E. Y., Levin I. S. Structural-Parametric Synthesis of Time-Optimal Distributed Parameter Control Systems with Interval Uncertainty of the Plant Characteristics // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. — 2015. — Vol. 51, no. 5. — Pp. 429–440.
107. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black. M. Handbook of Induction Heating, Marcel Dekker Inc., New York, 2003. - 800 p.
108. Scurtu G.L., Turewicz P. Numerical Modeling of Static Induction Heating, *Proceedings Engineering Numerical Modeling & Simulation*, 20-21 sentembrie 2012
109. Altair Flux Overview [Электронный ресурс]. - Altair Engineering, Inc., 2018. - Режим доступа: <http://hyperview.eu/product/Flux>
110. ANSYS Discovery Products for 3D Design and Simulation [Электронный ресурс] - ANSYS, Inc, 2018 – Режим доступа: <https://www.ansys.com/how-to-buy/3d-design-bundles>
111. Integrated Engineering Software. Products [Электронный ресурс] - Integrated Engineering Software, 2018 – Режим доступа: <https://www.integratedsoft.com/Products/products.aspx>

112. MagNet. 2D/3D Electromagnetic Field Simulation Software [Электронный ресурс] - Mentor, a Siemens Business, 2018 – Режим доступа: <https://www.mentor.com/products/mechanical/magnet/magnet/>
113. Mix and Match from the COMSOL Product Suite of Multiphysics Software [Электронный ресурс]. - COMSOL Inc, 2018 - Режим доступа: www.comsol.com
114. Overview of Elmer [Электронный ресурс] - Peter Raback and Mika Malinen, CSC – IT Center for Science, 2018 – Режим доступа: <http://www.nic.funet.fi/pub/sci/physics/elmer/doc/ElmerOverview.pdf>

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Справки об использовании материалов и результатов диссертации

г. Самара, ул. Кашпирская 39а, тел/факс: (846) 227-41-51; mail: kamet@list.ru; сайт: www.kametteplo.ru

Научно-производственная фирма ООО «Камет»

ИНН: 6317047337; КПП 631401001
ОГРН 1036300672000
Юр/почтовый адрес: 443015, Самара,
ул. Кашпирская д. 39а



тел/факс: 8(846) 227-41-51
8 (846) 993-62-66
mail: kamet@list.ru
web: kametteplo.ru

от 10.07.18 № 193-1

СПРАВКА

**об использовании материалов кандидатской диссертации
М.Х. Артур**

Материалы кандидатской диссертации Артур Марии Хамильевны «Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов температурных режимов индукционного нагрева», использованы в расчетно-проектной практике ООО «Камет» при разработке и проектировании автоматизированного нагревательного оборудования. Предложенные в диссертации методы расчета оптимальных режимов нагрева показали высокую эффективность.

Директор ООО «Камет»



В.Д. Нуядин

АО «Корпорация «Тактическое ракетное вооружение»

ПУБЛИЧНОЕ АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО
«САЛЮТ»

04396

443028, область Самарская, город Самара, шоссе Московское (п.Мехзавод), дом 20.
тел.: (846) 957 01 01, факс: (846) 372 98 95, 278 70 00 E-mail: salut-info@yandex.ru
ОКПО 07512418 ОГРН 1026300840983 ИНН/КПП 6313034986/631301001

PUBLIC JOINT STOCK COMPANY "SALUT"

20, Moscow road, Mezhzavod district, Samara city, Russia, 443028

Phone/Fax: (846) 372-98-95
(846) 278-70-0015.03.18г. № 400/21
на № _____ от _____

Справка

об использовании результатов диссертации на соискание
ученой степени кандидата наук М.Х. Артур

Основные выводы и рекомендации, полученные в диссертации Артур Марии Хамильевны «Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов температурных режимов индуктивного нагрева», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук, использовались на ПАО «Салют» г. Самара при разработке и проектировании замкнутых систем автоматического управления технологическим процессом индукционного нагрева.

Практическое применение разработанного алгоритма оптимального управления процессами индукционного нагрева металлических заготовок перед последующими операциями пластической деформации обеспечивает повышение точности достижения заданных температурных кондиций и снижение потребления электроэнергии.

И.о Генерального директора



В.А. Макаров

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Акт об использовании результатов диссертации в учебном процессе

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе

ФГБОУ ВО «СамГТУ»

д.пед.н., профессор

О.В. Юсупова

«23» 08 2021

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы Артур М.Х.,
представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук,
в учебном процессе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»

Комиссия в составе начальника учебного управления Е.А. Алонцевой, председателя методического совета теплоэнергетического факультета Ю.Н. Горбуновой, заведующего кафедрой «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов» М.Ю. Лившица составила настоящий акт о том, что в учебный процесс ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» внедрены результаты кандидатской диссертации М.Х. Артур «Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов температурных режимов индукционного нагрева».

Использованы следующие результаты:

1. Методика расчета оптимальных алгоритмов управления процессами индукционного нагрева заготовок в замкнутых системах использовалась при подготовке магистров по направлению 27.04.04 «Управление в технических системах» и 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».
2. Модели предназначенные для анализа электромагнитных и тепловых полей в процессе индукционного нагрева металла в замкнутых системах управления, использовались в курсовом и дипломном проектировании бакалаврами по направлениям 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 27.03.04 «Управление в технических системах», 27.03.03 «Системный анализ и управление».

Начальник учебного управления

Е.А. Алонцева

Председатель методического совета
теплоэнергетического факультета

Ю.Н. Горбунова

Заведующий кафедрой «Управление и
системный анализ теплоэнергетических и
социотехнических комплексов»

М.Ю. Лившиц